

Schulinternes Curriculum für die gymnasiale Oberstufe des Gymnasium Paulinum

Mathematik

1. Die Fachgruppe Mathematik am Gymnasium Paulinum

Das Gymnasium Paulinum, als eine der ältesten Schulen Deutschlands, liegt im Herzen von Münster. Der Einzugsbereich der Schule ist groß und umfasst das gesamte Stadtgebiet, sowie das eher ländlich geprägte Umfeld der Stadt. Das Paulinum hat sich als „Internationale Schule“ das Ziel gesetzt, Menschen mit unterschiedlichen Wurzeln und Hintergründen attraktive Lernangebote zu machen. Dabei will das Paulinum „seinen Schülerinnen und Schülern solche Kompetenzen vermitteln, die über ein bloßes Nützlichkeitsdenken hinaus zu einer tragfähigen Lebensbasis beitragen“¹.

Das Fach Mathematik soll Schülerinnen und Schüler ermöglichen Erscheinungen und Vorgänge zu verstehen, zu beurteilen und zu beeinflussen². Die Mathematik dient hierbei als Grundlage für den kritischen Umgang mit Daten und ist Werkzeug zur Lösung komplexer Probleme in unterschiedlichsten Anwendungskontexten.

Am Gymnasium Paulinum werden in der Einführungsphase fünf Mathematik-Grundkurse gebildet. Außerdem gibt es für schwächere Schülerinnen und Schüler (nach Vorschlag der Fachlehrkraft), sowie für Lernende, die von einer anderen Schulform ans Gymnasium Paulinum gekommen sind, die Möglichkeit, einen Vertiefungskurs zu belegen. In der Qualifikationsphase wird der Mathematikunterricht in der Regel in zwei Leistungskursen und drei Grundkursen fortgesetzt. Das Gymnasium Paulinum kooperiert in der Oberstufe mit einem nahen bischöflichen Mädchengymnasium, der Marienschule, um zusätzliche Leistungskurse anzubieten. Im Zuge dessen nehmen häufig auch Schülerinnen der Marienschule am Unterricht eines Leistungskurses an unserer Schule teil, genauso wie einzelne Schülerinnen und Schüler des Gymnasium Paulinum am Leistungskurs der Marienschule teilnehmen. Die Grundkurse werden mit drei Wochenstunden, mit je einer Einzelstunde und einer Doppelstunde, die Leistungskurse fünfstündig, mit je einer Einzelstunde und zwei Doppelstunden, unterrichtet. Die Vertiefungskurse finden doppelstündig statt.

Das Schulprogramm des Gymnasium Paulinum formuliert als Entwicklungsziel eine engere Zusammenarbeit zwischen den naturwissenschaftlichen Fächern und auch der Mathematik³. In der Sekundarstufe I gelingt das durch Absprachen von Unterrichtsvorhaben zwischen den einzelnen Fachlehrkräften einer Klasse. In der Sekundarstufe II erfolgen Absprachen insbesondere mit der Fachkonferenz Physik. Um auch eine Brücke zwischen Schule und Universität zu schlagen, wird am Gymnasium Paulinum eine AG angeboten, die interessierten Schülerinnen und Schülern der Qualifikationsphase einen Einstieg in die Mathematik, wie sie an Universitäten gelehrt wird, bieten soll.

Schülerinnen und Schüler unserer Schule nehmen in großer Zahl erfolgreich an Mathematik-Wettbewerben teil und werden dabei von ihren Fachlehrerinnen und Fachlehrern unterstützt.

¹ Schulprogramm des Gymnasium Paulinum (Beschluss der Schulkonferenz vom 25.6.2013).

² vgl. Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes NRW, *Mathematik Kernlehrplan für die Sekundarstufe II Gymnasium/Gesamtschule* (Frechen, 2013), S. 10.

³ vgl. Schulprogramm des Gymnasium Paulinum.

In der Sekundarstufe I wird der wissenschaftliche Taschenrechner in der Jahrgangsstufe 7, der graphische Taschenrechner am Anfang der Einführungsphase eingeführt.

Für den Unterricht stehen am Gymnasium Paulinum neben herkömmlichen Klassenräumen auch zwei Computerräume zur Verfügung. Auf jedem Rechner sind Textverarbeitungs- und Tabellenkalkulationsprogramme, sowie Präsentationssoftware installiert. Außerdem steht dort auch dynamische Geometriesoftware (GeoGebra) zur Verfügung. Jeder Klassen- und Kursraum verfügt über einen Overheadprojektor, in vielen Räumen sind auch Beamer fest installiert. Zusätzlich zu den fest installierten Computern verfügt die Fachschaft Mathematik über einen eigenen Laptop und einen mobilen Beamer.

Für eine effektive Unterrichtsplanung stehen den Mathematiklehrerinnen und -lehrern eine Reihe von Büchern, in einem Regal im Lehrerzimmer, zur Verfügung. Weitere Materialien (verschiedene Würfel, geometrische Modelle, etc.) finden sich im Fachschaftsschrank Mathematik und in einem Koffer im Matheregal. Außerdem wurde in der Fachkonferenz vereinbart, dass besonders interessante Inhalte und Klassenarbeiten auf einen Internetordner (Dropbox) gesammelt werden und so von den Kolleginnen und Kollegen genutzt werden können. Des Weiteren besteht die Möglichkeit über die Internetplattform „Moodle“ Unterrichtsinhalte und Arbeitsblätter auch mit Schülerinnen und Schülern zu teilen.

2. Entscheidungen zum Unterricht

2.1. Unterrichtsvorhaben

Die Darstellung der Unterrichtsvorhaben im schulinternen Lehrplan besitzt den Anspruch, sämtliche im Kernlehrplan angeführten Kompetenzen abzudecken. Dies entspricht der Verpflichtung jeder Lehrkraft, Schülerinnen und Schülern Lerngelegenheiten zu ermöglichen, so dass alle Kompetenzerwartungen des Kernlehrplans von ihnen erfüllt werden können.

Die entsprechende Umsetzung erfolgt auf zwei Ebenen: der Übersichts- und der Konkretisierungsebene.

Das Übersichtsraster dient dazu, den Kolleginnen und Kollegen einen schnellen Überblick über die Zuordnung der Unterrichtsvorhaben zu den einzelnen Jahrgangsstufen sowie den im Kernlehrplan genannten Kompetenzen, Inhaltsfeldern und inhaltlichen Schwerpunkten zu verschaffen. Um Klarheit für die Lehrkräfte herzustellen und die Übersichtlichkeit zu gewährleisten, werden in der Kategorie „Kompetenzen“ an dieser Stelle nur die übergeordneten Kompetenzerwartungen ausgewiesen, während die konkretisierten Kompetenzerwartungen erst auf der Ebene konkretisierter Unterrichtsvorhaben Berücksichtigung finden. Der ausgewiesene Zeitbedarf versteht sich als grobe Orientierungsgröße, die nach Bedarf über- oder unterschritten werden kann. Um Spielraum für Vertiefungen, individuelle Förderung, besondere Schülerinteressen oder aktuelle Themen zu erhalten, wurden im Rahmen dieses schulinternen Lehrplans ca. 75 Prozent der Bruttounterrichtszeit verplant.

Während der Fachkonferenzbeschluss zum „Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben“ zur Gewährleistung vergleichbarer Standards sowie zur Absicherung von Kurswechslern und

Lehrkraftwechselln für alle Mitglieder der Fachkonferenz Bindekraft entfalten soll, besitzt die Ausweisung „konkretisierter Unterrichtsvorhaben“ (Kapitel 2.1.2) empfehlenden Charakter. Referendarinnen und Referendaren sowie neuen Kolleginnen und Kollegen dienen diese vor allem zur standardbezogenen Orientierung in der neuen Schule, aber auch zur Verdeutlichung von unterrichtsbezogenen fachgruppeninternen Absprachen zu didaktisch-methodischen Zugängen, fächerübergreifenden Kooperationen, Lernmitteln und -orten sowie vorgesehenen Leistungsüberprüfungen. Begründete Abweichungen von den vorgeschlagenen Vorgehensweisen bezüglich der konkretisierten Unterrichtsvorhaben sind im Rahmen der pädagogischen Freiheit der Lehrkräfte jederzeit möglich. Sicherzustellen bleibt allerdings auch hier, dass im Rahmen der Umsetzung der Unterrichtsvorhaben insgesamt alle prozess- und inhaltsbezogenen Kompetenzen des Kernlehrplans Berücksichtigung finden.

2.1.1 Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben

Einführungsphase	
<p><u>Unterrichtsvorhaben I:</u></p> <p>Thema: <i>Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext (E-A1)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Problemlösen • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Grundlegende Eigenschaften von linearen, quadratischen, Potenz- und ganzrationalen Funktionen <p>Zeitbedarf: ca. 15 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben II:</u></p> <p>Thema: <i>Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate (E-A2)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Argumentieren • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Grundverständnis des Ableitungsbegriffs <p>Zeitbedarf: ca. 12 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben III:</u></p> <p>Thema: <i>Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen (E-A3)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Problemlösen • Modellieren • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Differentialrechnung ganzrationaler Funktionen <p>Zeitbedarf: ca.12 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben IV:</u></p> <p>Thema: <i>Lineare und exponentielle Wachstumsmodelle (E-A4)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Grundlegende Eigenschaften von Exponentialfunktionen <p>Zeitbedarf: ca. 12 Std.</p>

<p><u>Unterrichtsvorhaben V:</u></p> <p>Thema: <i>Unterwegs in 3D – Koordinatisierungen des Raumes, Vektoren und Bewegungen im Raum (E-G)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Kommunizieren <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Koordinatisierungen des Raumes • Vektoren und Vektoroperationen <p>Zeitbedarf: ca. 15 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben VI:</u></p> <p>Thema: <i>Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen (E-S1)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mehrstufige Zufallsexperimente <p>Zeitbedarf: ca. 9 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben VII:</u></p> <p>Thema: <i>Testergebnisse richtig interpretieren – Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten (E-S2)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Kommunizieren <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Bedingte Wahrscheinlichkeiten <p>Zeitbedarf: ca.9 Std.</p>	
<p>Summe Einführungsphase: 84 Stunden</p>	

Qualifikationsphase (Q1) – GRUNDKURS

<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-I:</u></p> <p>Thema: <i>Eigenschaften ganzzahliger Funktionen und Optimierungsprobleme (Q-GK-A1)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Problemlösen <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Bedeutung der 2. Ableitung und Wendestellen • Funktionen als mathematische Modelle <p>Zeitbedarf: 12 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-II :</u></p> <p>Thema: <i>Funktionen beschreiben Formen – Bestimmung ganzzahliger Funktionen in inner-mathematischen Problemstellungen und zur Modellierung von Sachsituationen (Q-GK-A2)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfelder: Funktionen und Analysis (A) Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltliche Schwerpunkte:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Funktionen als mathematische Modelle • Lineare Gleichungssysteme <p>Zeitbedarf: 6 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-III:</u></p> <p>Thema: <i>Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-GK-A3)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Kommunizieren <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Grundverständnis des Integralbegriffs <p>Zeitbedarf: 6 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-IV:</u></p> <p>Thema: <i>Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-GK-A4)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Argumentieren • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Integralrechnung <p>Zeitbedarf: 15 Std.</p>

<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-V:</u></p> <p>Thema: <i>Natürlich: Exponentialfunktionen (Q-GK-A5)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Problemlösen • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Fortführung der Differentialrechnung <p>Zeitbedarf: 9 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VI:</u></p> <p>Thema: <i>Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-GK-A6)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltliche Schwerpunkte:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Fortführung der Differentialrechnung • Integralrechnung <p>Zeitbedarf: 15 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VII:</u></p> <p>Thema: <i>Geraden im Raum und die Beschreibung von Bewegungen (Q-GK-G1)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Geraden) <p>Zeitbedarf: 9 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VIII :</u></p> <p>Thema: <i>Räume vermessen – mit dem Skalarprodukt Polygone und Polyeder untersuchen (Q-GK-G2)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Problemlösen <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Skalarprodukt <p>Zeitbedarf: 6 Std</p>
<p>Summe Qualifikationsphase (Q1) – GRUNDKURS 78 Stunden</p>	

Qualifikationsphase (Q2) – GRUNDKURS

<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-I:</u></p> <p>Thema: <i>Lineare Algebra als Schlüssel zur Lösung von geometrischen Problemen (Q-GK-G3)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Argumentieren • Kommunizieren <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Ebenen) • Lineare Gleichungssysteme <p>Zeitbedarf: 9 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-II:</u></p> <p>Thema: <i>Geometrische Objekte und Situationen im (Q-GK-G4)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Problemlösen • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltliche Schwerpunkte:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte • Lagebeziehungen <p>Zeitbedarf: 9 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-III:</u></p> <p>Thema: <i>Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-GK-S1)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen <p>Zeitbedarf: 6 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-IV:</u></p> <p>Thema: <i>Treffer oder nicht? – Bernoulliexperimente und Binomialverteilung (Q-GK-S2)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Binomialverteilung <p>Zeitbedarf: 9 Std.</p>

Qualifikationsphase (Q2) – GRUNDKURS Fortsetzung	
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-V:</u></p> <p>Thema: Modellieren mit Binomialverteilungen (Q-GK-S3)</p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Argumentieren <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Binomialverteilung <p>Zeitbedarf: 9 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-VI :</u></p> <p>Thema: Von Übergängen und Prozessen (Q-GK-S4)</p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Argumentieren <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Stochastische Prozesse <p>Zeitbedarf: 9 Std.</p>
Summe Qualifikationsphase (Q2) – GRUNDKURS: 51 Stunden	

Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS

<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-I:</u></p> <p>Thema: <i>Eigenschaften ganzrationaler Funktionen und Optimierungsprobleme (Q-LK-A1)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Problemlösen <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltliche Schwerpunkte:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Funktionen als mathematische Modelle • Fortführung der Differentialrechnung <p>Zeitbedarf: 20 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-II:</u></p> <p>Thema: <i>Funktionen beschreiben Formen – Bestimmung ganzrationaler Funktionen in inner-mathematischen Problemstellungen und zur Modellierung von Sachsituationen (Q-LK-A2)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfelder: Funktionen und Analysis (A) Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltliche Schwerpunkte:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Funktionen als mathematische Modelle • Lineare Gleichungssysteme <p>Zeitbedarf: 10 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-III</u></p> <p>Thema: <i>Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-LK-A3)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Kommunizieren <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Grundverständnis des Integralbegriffs <p>Zeitbedarf: 10 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-IV:</u></p> <p>Thema: <i>Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-LK-A4)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Argumentieren • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Integralrechnung <p>Zeitbedarf: 20 Std.</p>

Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS Fortsetzung	
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-V:</u></p> <p>Thema: <i>Natürlich: Exponentialfunktionen und Logarithmus (Q-LK-A5)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Problemlösen • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Fortführung der Differentialrechnung <p>Zeitbedarf: 20 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VI</u></p> <p>Thema: <i>Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-LK-A6)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren <p>Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A)</p> <p>Inhaltliche Schwerpunkte:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Fortführung der Differentialrechnung • Integralrechnung <p>Zeitbedarf: 20 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VII:</u></p> <p>Thema: <i>Geraden im Raum und die Beschreibung von Bewegungen (Q-LK-G1)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Geraden) <p>Zeitbedarf: 10 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q1-VIII:</u></p> <p>Thema: <i>Räume vermessen – mit dem Skalarprodukt Polygone und Polyeder untersuchen (Q-LK-G2)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Problemlösen <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Skalarprodukt <p>Zeitbedarf: 10Std.</p>
Summe Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS 120 Stunden	

Qualifikationsphase (Q2) – LEISTUNGSKURS

<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-I:</u></p> <p>Thema: <i>Lineare Algebra als Schlüssel zur Lösung von geometrischen Problemen (Q-LK-G3)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Argumentieren • Kommunizieren <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Lösen linearer Gleichungssysteme • Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Ebenen) <p>Zeitbedarf: 10 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-II:</u></p> <p>Thema: <i>Geometrische Objekte und Situationen im Raum (Q-LK-G4)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Problemlösen <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Lösen von Sachaufgaben <p>Zeitbedarf: 10 Std.</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-III:</u></p> <p>Thema: <i>Strategieentwicklung bei geometrischen Problemsituationen und Beweisaufgaben (Q-LK-G6)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Problemlösen <p>Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Abstand von Punkt, Gerade, Ebene • Verknüpfung aller Kompetenzen <p>Zeitbedarf: 20 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-IV:</u></p> <p>Thema: <i>Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-LK-S1)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen <p>Zeitbedarf: 5 Std.</p>

Qualifikationsphase (Q2) – LEISTUNGSKURS Fortsetzung

<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-V:</u></p> <p>Thema: <i>Treffer oder nicht? – Bernoulliexperimente und Binomialverteilungen (Q-LK-S2)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Binomialverteilung <p>Zeitbedarf: 10 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-VI:</u></p> <p>Thema: <i>Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen (Q-LK-S3)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Problemlösen <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Binomialverteilung <p>Zeitbedarf: 5 Std</p>
<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-VII:</u></p> <p>Thema: <i>Signifikant und relevant? – Testen von Hypothesen (Q-LK-S5)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Kommunizieren <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Testen von Hypothesen <p>Zeitbedarf: 10 Std.</p>	<p><u>Unterrichtsvorhaben Q2-VIII:</u></p> <p>Thema: <i>Ist die Glocke normal? (Q-LK-S4)</i></p> <p>Zentrale Kompetenzen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modellieren • Problemlösen • Werkzeuge nutzen <p>Inhaltsfeld: Stochastik (S)</p> <p>Inhaltlicher Schwerpunkt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Normalverteilung <p>Zeitbedarf: 10 Std.</p>

Unterrichtsvorhaben Q2-VIII:

Thema: *Von Übergängen und Prozessen (Q-LK-S6)*

Zentrale Kompetenzen:

- Modellieren
- Argumentieren

Inhaltsfeld: Stochastik (S)

Inhaltlicher Schwerpunkt:

- Stochastische Prozesse

Zeitbedarf: 10 Std.

Summe Qualifikationsphase (Q2) – LEISTUNGSKURS: 90 Stunden

Übersicht über die Unterrichtsvorhaben

E-Phase		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	E-A1	15
II	E-A2	12
III	E-A3	12
IV	E-A4	12
V	E-G	15
VI	E-S1	9
VII	E-S2	6
	Summe:	84

Q1 Grundkurse		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	Q-GK-A1	12
II	Q-GK-A2	6
III	Q-GK-A3	6
IV	Q-GK-A4	15
V	Q-GK-A5	9
VI	Q-GK-A6	15
VII	Q-GK-G1	9
VIII	Q-GK-G2	6
	Summe:	78
Q2 Grundkurse		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	Q-GK-G3	9
II	Q-GK-G4	9
III	Q-GK-S1	6
IV	Q-GK-S2	9
V	Q-GK-S3	9
VI	Q-GK-S4	9
	Summe:	51

Q1 Leistungskurse		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	Q-LK-A1	20
II	Q-LK-A2	10
III	Q-LK-A3	10
IV	Q-LK-A4	20
V	Q-LK-A5	20
VI	Q-LK-A6	20
VII	Q-LK-G1	10
VIII	Q-LK-G2	10
	Summe:	120
Q2 Leistungskurse		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	Q-LK-G3	10
II	Q-LK-G4	10
III	Q-LK-G5	20
IV	Q-LK-S1	5
V	Q-LK-S2	10
VI	Q-LK-S3	5
VII	Q-LK-S4	10
VIII	Q-LK-S5	10
IX	Q-LK-S6	10
	Summe:	90

2.1.2 Konkretisierte Unterrichtsvorhaben

Einführungsphase Funktionen und Analysis (A)

Thema: Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext (E-A1)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben die Eigenschaften von linearen, quadratischen, Potenz- und ganzrationalen Funktionen
- wendeneinfache Transformationen (Streckung, Verschiebung) auf Funktionen (quadratische Funktionen, Potenzfunktionen) an und deuten die zugehörigen Parameter
- lösen Polynomgleichungen, die sich durch einfaches Ausklammern oder Substituieren auf lineare und quadratische Gleichungen zurückführen lassen, ohne digitale Hilfsmittel

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien
- setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen Tabellenkalkulation, Funktionenplotter und grafikfähige Taschenrechner
- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ...Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Anhand von sachbezogenen Beispielen (z.B. Weg-Zeit-Funktion, Geschwindigkeits-Zeit-Funktion, schiefer Wurf, Linsengleichung) werden die **Eigenschaften** von linearen, quadratischen, Potenz- und ganzrationalen Funktionen erarbeitet. Allgemein für alle Funktionen werden wichtige Begriffe wiederholt. Hier sollte auch der Symmetriebegriff eingeführt und das allgemeine Kriterium für Symmetrie behandelt werden sowie das Grenzwertverhalten von Funktionen.

Für die Einführung von **Funktionstransformationen** bietet sich ein Funktionenplotter oder der grafikfähige Taschenrechner an. Dabei können Funktionen grafisch und als Wertetabelle dargestellt und zielgerichtet ihre Parameter verändert werden (☛ Werkzeuge).

Die Schülerinnen und Schüler entwickeln Ideen zum Lösen von **Polynomgleichungen**, insbesondere das Bestimmen von Nullstellen. Dabei entwickeln sie heuristische Strategien und Prinzipien. Anschließend setzen sie ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (☛ Problemlösen): z.B.

- Ablesen aus faktorisierter Form
- Ausklammern
- pq-Formel, abc-Formel
- Substitution
- Satz von Vieta
- quadratische Ergänzung

...zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen	
---	--

Thema: Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate (E-A2)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- erläutern qualitativ auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate
- deuten die Tangente als Grenzlage einer Folge von Sekanten
- deuten die Ableitung an einer Stelle als lokale Änderungsrate/ Tangentensteigung
- leiten Funktionen graphisch ab
- beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion)
- nennen die Kosinusfunktion als Ableitung der Sinusfunktion
- nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten
- wenden die Summen- und Faktorregel auf ganzrationale Funktionen an
- berechnen durchschnittliche und lokale Änderungsraten und interpretieren sie im Kontext

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Argumentieren (Vermuten)

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Vermutungen auf
- unterstützen Vermutungen beispielgebunden
- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Am Beispiel einer Weg-Zeit-Funktion, Zunahme der Staatsverschuldung, Aktienkurse o.ä. lernen die SuS die zentrale Bedeutung des Grenzwertbegriffs für den **Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate** kennen. Hier stellen die SuS Vermutungen auf, unterstützen diese beispielgebunden und präzisieren sie mit Hilfe der Fachsprache unter Berücksichtigung der logischen Struktur (☛ Argumentieren).

Die Tangente wird eingeführt als **Grenzlage einer Folge von Sekanten** und die Ableitung an einer Stelle als **lokale Tangentensteigung** definiert. Hier bietet sich die Verwendung verschiedener digitaler Werkzeuge an (☛ Werkzeuge).

Zur Einführung des rechnerischen Differenzierens und der Herleitung der Ableitungsregeln kann der Differentialquotient (h-Methode) verwandt werden. Hier schließt sich sinnvoll die Einführung der **Ableitungsfunktion** an.

Als ein weiteres Beispiel für das **grafische Ableiten** und die Ableitungsfunktion können **Sinus- und Kosinusfunktion** und deren Ableitungen genannt werden.

Die SuS nutzen die **Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten** und wenden die **Summen- und Faktorregel** auf ganzrationale Funktionen an. Sie berechnen **durchschnittliche und lokale Änderungsraten** und interpretieren sie im **Kontext**.

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
...Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle
...grafischen Messen von Steigungen
- nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum
Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen

Mögliche **kontextbezogene Beispiele** sind

- Besucherzahlen
- Rampe
- Rutsche
- Kanal
- Füllungsfunktion
- ...

Thema: Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen (E-A3)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen
- nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichem Exponenten
- wenden die Summen- und Faktorregel auf ganzrationale Funktionen an
- verwenden das notwendige Kriterium und das Vorzeichenwechselkriterium zur Bestimmung von Extrempunkten
- unterscheiden lokale und globale Extrema im Definitionsbereich
- verwenden am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- analysieren und strukturieren die Problemsituation (*Erkunden*)
- erkennen Muster und Beziehungen (*Erkunden*)
- wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (*Lösen*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

An Beispielen von **Potenzfunktionen** (mit natürlichen Exponenten) und **ganzrationalen Funktionen** lernen die SuS, Funktionen mit Hilfe der Ableitungsfunktion auf **Monotonie** und **Extrempunkte** zu untersuchen. Dabei verwenden sie als geeignete Verfahren neben der Potenzregel auch die **Summen- und Faktorregel**.

Zur Untersuchung von Extremstellen benutzen sie die **notwendige Bedingung und das Vorzeichenwechselkriterium**. Die Idee der notwendigen Bedingung kann dabei grafisch hergeleitet werden. Die SuS erkennen dabei Muster und Beziehungen zwischen Funktion und Ableitungsfunktion (☛ Problemlösen). Hier bietet sich wieder die Nutzung verschiedener digitaler Werkzeuge an, beispielsweise zum Lösen von Gleichungen bei der Untersuchung der notwendigen Bedingung an sowie bei der Untersuchung der Beziehung zwischen Funktion und Ableitungsfunktion (☛ Werkzeuge).

Die SuS verwenden am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von **inner- und außermathematischen Problemen**. Die SuS lernen dabei auch **lokale und globale Extrema** im Definitionsbereich zu unterscheiden.

Sie nutzen mathematische Begriffe im Sachzusammenhang, erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung und erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (☛ Modellieren).

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen mathematische Begriffe in Sachzusammenhängen
- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
 - ...Lösen von Gleichungen
 - ...zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen

Thema: Lineare und exponentielle Wachstumsmodelle (E-A4)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen • wendeneinfache Transformationen (Streckung, Verschiebung) auf Exponentialfunktionen an und deuten die zugehörigen Parameter als unterschiedliche Möglichkeiten <i>einer</i> Transformation • lösen Exponentialgleichungen auch mit Hilfe des Logarithmus • beschreiben Wachstumsprozesse mithilfe linearer Funktionen und Exponentialfunktionen <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):</p> <p>Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>) <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • nutzen Tabellenkalkulation, Funktionenplotter und grafikfähige Taschenrechner • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ...Darstellen von Funktionen grafisch ...zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen 	<p>Die SuS nutzen Tabellenkalkulation, Funktionenplotter oder den grafikfähigen Taschenrechner, um die Eigenschaften von Exponentialfunktionen zu beschreiben. Sie wenden einfache Transformationen (Streckung, Verschiebung) auf Exponentialfunktionen an und deuten die zugehörigen Parameter als unterschiedliche Möglichkeiten <i>einer</i> Transformation. Hier bieten sich digitale Werkzeuge zum zielgerichteten Variieren der Parameter an (☛Werkzeuge).</p> <p>Die SuS lösen Exponentialgleichungen nicht nur durch Ausprobieren, sondern auch mit Hilfe des Logarithmus.</p> <p>Sie beschreiben Wachstumsprozesse mithilfe linearer Funktionen und Exponentialfunktionen. Hier werden komplexe Sachsituationen mit Blick auf konkrete Fragestellungen erfasst und in mathematische Modelle übersetzt (☛ Modellieren). Beispiele für solche Sachsituationen sind:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ansparmodelle • Bakterienwachstum • Zerfallsprozesse (z.B. von alkoholfreiem Bierschaum)

Einführungsphase Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Thema: *Unterwegs in 3D – Koordinatisierungen des Raumes, Vektoren und Bewegungen im Raum (E-G)*

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- wählen geeignete kartesische Koordinatisierungen für die Bearbeitung eines geometrischen Sachverhalts in der Ebene und im Raum
- stellen geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem dar
- deuten Vektoren (in Koordinatendarstellung) als Verschiebungen und kennzeichnen Punkte im Raum durch Ortsvektoren
- stellen gerichtete Größen (z. B. Geschwindigkeit, Kraft) durch Vektoren dar
- berechnen Längen von Vektoren und Abstände zwischen Punkten mit Hilfe des Satzes von Pythagoras
- addieren Vektoren, multiplizieren Vektoren mit einem Skalar und untersuchen Vektoren auf Kollinearität
- weisen Eigenschaften von besonderen Dreiecken und Vierecken mithilfe von Vektoren nach

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Die SuS wiederholen das **kartesische Koordinatensystem** in der Ebene und lernen das kartesische Koordinatensystem im Raum kennen. Sie lernen, geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem **darzustellen**. Dabei wählen sie begründet eine geeignete Darstellungsform (Ebene oder Raum) aus. Sie wechseln flexibel zwischen den mathematischen Darstellungsformen „Koordinatenangaben“ und der grafischen Darstellung im Koordinatensystem (☛ Kommunizieren).

Die SuS werden an den Vektorbegriff erinnert (Verschiebungen aus Klasse 5, Vektorbegriff als **gerichtete Größe** in der Physik z.B. bei Kräften und Geschwindigkeiten).

In diesem Zusammenhang werden die Begriffe „Vektor“ (als **Verschiebung**) und „Ortsvektor“ (Repräsentant der Verschiebung ausgehend vom Ursprung) unterschieden.

Die SuS **addieren** Vektoren, **multiplizieren Vektoren mit einem Skalar** und untersuchen Vektoren auf **Kollinearität**. Sie berechnen **Längen** von Vektoren und **Abstände** zwischen Punkten mit Hilfe des Satzes von Pythagoras. Dabei interpretieren sie die Rechenoperationen sowie die Längen und Abstände im Sachzusammenhang und entwickeln Lösungen innerhalb des mathematischen Modells (☛ Modellieren). Beispiele für Sachzusammenhang sind:

- Bewegung von Flugzeugen, Schiffen, Skifahrern

- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)

Kommunizieren (Produzieren)

Die Schülerinnen und Schüler

- wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus
- wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen

Die SuS weisen **Eigenschaften von besonderen Dreiecken und Vierecken** mithilfe von Vektoren nach. Beispiele sind:

- Rechtwinklige und gleichschenklige Dreiecke
- Quadrate, Rauten, Parallelogramme

Einführungsphase Stochastik (S)

Thema: *Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen (E-S1)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • deuten Alltagssituationen als Zufallsexperimente • simulieren Zufallsexperimente • verwenden Urnenmodelle zur Beschreibung von Zufallsprozessen • stellen Wahrscheinlichkeitsverteilungen auf und führen Erwartungswertbetrachtungen durch • beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente und ermitteln Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der Pfadregeln <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):</p> <p>Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>) <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ...Generieren von Zufallszahlen • ...Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen 	<p>Die SuS deuten Alltagssituationen als Zufallsexperimente. Sie simulieren Zufallsexperimente mit Hilfe digitaler Werkzeuge (☛ Werkzeuge). Beispiele für geeignete Alltagssituationen sind</p> <ul style="list-style-type: none"> • Würfeln • Glücksspiele <p>Die SuS verwenden Urnenmodelle zur Beschreibung von Zufallsprozessen. Sie treffen dabei Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor. Dazu übersetzen sie komplexe Sachverhalte in mathematische Modelle (☛ Modellieren). Ein Beispiel für einen geeigneten Sachverhalte ist</p> <ul style="list-style-type: none"> • Lotto <p>Die SuS stellen Wahrscheinlichkeitsverteilungen auf und führen Erwartungswertbetrachtungen durch. Dabei nutzen sie digitale Werkzeuge, um Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen zu variieren, Histogramme von Wahrscheinlichkeitsverteilungen zu erstellen und Kennzahlen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen zu berechnen (☛ Werkzeuge).</p> <p>Die SuS beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente und ermitteln Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der Pfadregeln. Beispiele für mehrstufige Zufallsexperimente sind</p> <ul style="list-style-type: none"> • Galtonbrett • Mehrstufige Tests bei Diagnoseverfahren in der Medizin

...Erstellen der Histogramme von Wahrscheinlichkeitsverteilungen ...Berechnen der Kennzahlen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Erwartungswert)	
---	--

Thema: Testergebnisse richtig interpretieren – Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten (E-S2)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> modellieren Sachverhalte mit Hilfe von Baumdiagrammen und Vier- oder Mehrfeldertafeln bestimmen bedingte Wahrscheinlichkeiten prüfen Teilvorgänge mehrstufiger Zufallsexperimente auf stochastische Unabhängigkeit bearbeiten Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten. <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):</p> <p>Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>) <p>Kommunizieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathemathikhaltigen Texten [...] (<i>Rezipieren</i>) wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (<i>Produzieren</i>) 	<p>Die SuS modellieren Sachverhalte mit Hilfe von Baumdiagrammen und Vier- oder Mehrfeldertafeln. Sie erfassen und strukturieren dabei Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung, erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells und beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (☛ Modellieren).</p> <p>Die SuS bestimmen bedingte Wahrscheinlichkeiten.</p> <p>Die SuS prüfen Teilvorgänge mehrstufiger Zufallsexperimente auf stochastische Unabhängigkeit.</p> <p>Die SuS bearbeiten Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten. Die SuS wechseln dabei flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (☛ Kommunizieren). Zum Beispiel kann die Vierfeldertafel in einen Text und eine Mengendarstellung übersetzt werden und umgekehrt.</p> <p>Beispiele für geeignete Sachverhalte zu allen Inhaltfeldern sind</p> <ul style="list-style-type: none"> Diagnosetafeln aus der Medizin Eigenschaften in Bevölkerungsgruppen <p>Geeignet sind auch Zeitungstexte als Grundlagen. Die SuS erfassen, strukturieren und formalisieren dabei Informationen aus zunehmend komplexen mathemathikhaltigen Texten (☛ Kommunizieren).</p>

Q-Phase Grundkurs Funktionen und Analysis (A)

Thema: *Eigenschaften ganzrationaler Funktionen und Optimierungsprobleme (Q-GK-A1)*

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung
- verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien [...] zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten
- führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese

Prozessbezogene Kompetenzen:

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor. (*Strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (*Validieren*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Anknüpfend an die EF wird noch einmal die Bedeutung der 1. Ableitung, auch in Sachzusammenhängen (Geschwindigkeit, Temperaturänderungen, etc), wiederholt. Die Durchführung des graphischen Ableitens sollte ebenfalls kurz wiederholt werden.

Die Beschreibung von Links- und Rechtskurven über die Zu- und Abnahme der Steigung führt zu einer geometrischen Deutung der 2. Ableitung einer Funktion als „Krümmung“ des Graphen und zur Betrachtung von Wendepunkten. Alternativ lässt sich die zweite Ableitung auch als Änderung der 1. Ableitung einführen. Als Kontext hierzu können zum Beispiel Änderung der Kurvenrichtung bei einer Motorradfahrt, die Geschwindigkeitsänderung bei einer Zugfahrt oder auch der Besucherzustrom eines Freizeitparks dienen.

Die simultane Betrachtung beider Ableitungen führt zur Entdeckung eines weiteren hinreichenden Kriteriums für Extrempunkte. Anhand einer Funktion mit Sattelpunkt wird die Grenze dieses hinreichenden Kriteriums entdeckt. Vor- und Nachteile der beiden hinreichenden Kriterien werden abschließend von den Lernenden kritisch bewertet.

Bei Betrachtung von Extremalproblemen mit Nebenbedingungen bietet es sich an, zu Beginn ein Problem mit quadratischer Zielfunktion zu bearbeiten. Hier sollten die Lösungsverfahren auch ohne digitale Hilfsmittel eingeübt werden.

An mindestens einem Problem entdecken die Schülerinnen und Schüler die Notwendigkeit, Randextrema zu betrachten (z. B. „Glasscheibe“ oder

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation (*Erkunden*)
- wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle ...) aus, um die Situation zu erfassen (*Erkunden*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Verallgemeinern ...) (*Lösen*)
- setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (*Lösen*)
- berücksichtigen einschränkende Bedingungen (*Lösen*)
- führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (*Lösen*)
- vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (*Reflektieren*)

verschiedene Varianten des „Hühnerhofs“).

Ein Verpackungsproblem (Dose oder Milchtüte) wird unter dem Aspekt der Modellvalidierung/Modellkritik untersucht.

Thema: Funktionen beschreiben Formen – Bestimmung ganzrationaler Funktionen in innermathematischen Problemstellungen und zur Modellierung von Sachsituationen (Q-GK-A2)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben“)
- beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme
- wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind
- verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten

Prozessbezogene Kompetenzen:

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (*Strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender)

Anknüpfend an die Einführungsphase (vgl. Thema E-A1) werden an einem Beispiel in einem geeigneten Kontext (z. B. Fotos von Brücken, Gebäuden, Flugbahnen) die Parameter der Scheitelpunktform einer quadratischen Funktion angepasst. Anschließend werden aus gegebenen Punkten Gleichungssysteme für die Parameter der Normalform aufgestellt.

Designobjekte, architektonische Formen oder Flugbahnen (BMX-Aufgabe Abi 2013) können zum Anlass genommen werden, die Funktionsklassen zur Modellierung auf ganzrationale Funktionen 3. oder 4. Grades zu erweitern und über gegebene Punkte, Symmetrieüberlegungen und Bedingungen an die Ableitung Gleichungen zur Bestimmung der Parameter aufzustellen. Hier bieten sich nach einem einführenden Beispiel offene Unterrichtsformen an.

Schülerinnen und Schüler erhalten Gelegenheit, über Grundannahmen der Modellierung (Grad der Funktion, Symmetrie, Lage im Koordinatensystem, Ausschnitt) selbst zu entscheiden, deren Angemessenheit zu reflektieren und ggf. Veränderungen vorzunehmen.

An dieser Stelle wird empfohlen, das Lösen von linearen Gleichungssystemen zunächst nur mit dem Taschenrechner durchzuführen. Eine explizite Einführung des „händischen Lösens“ (Gauß-Algorithmus) erfolgt im Abschnitt Q-GK-G3.

Die Untersuchung von Funktionenscharen ist nicht mehr im KLP für den GK vorgesehen, kann aber bei Bedarf trotzdem behandelt werden.

<p>Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>)</p> <ul style="list-style-type: none">• verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (<i>Validieren</i>)• reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (<i>Validieren</i>) <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none">• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen ... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen• nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden [...], Berechnen und Darstellen	
--	--

Thema: Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-GK-A3)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- interpretieren Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe
- deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext

Prozessbezogene Kompetenzen:

Kommunizieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus [...] mathemathhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen (*Rezipieren*)
- formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (*Produzieren*)
- wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus (*Produzieren*)
- wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (*Produzieren*)
- dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar (*Produzieren*)
- erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (*Produzieren*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Zum Einstieg bietet sich eine „Strecke-Geschwindigkeits-Aufgabe“ (Dropbox: „Eine Eisenbahnfahrt“) an. Durch die Bestimmung der zurückgelegten Strecke über den Flächeninhalt einfacher geometrischer Formen (Rechteck, Dreieck) entdecken die SuS den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Bestand.

Weitere mögliche Kontexte in den von einer Änderungsrate auf einen Bestand geschlossen werden kann, sind zum Beispiel die Durchflussrate oder auch die Zustromrate von Zuschauern bei einem Konzert.

Für die Thematisierung des orientierten Flächeninhalts kann ebenfalls eine „Strecke-Geschwindigkeits-Aufgabe“ (Dropbox: „Eine Ballonfahrt“) genutzt werden. Weiterführen ist an diesem Beispiel auch die Einführung von Ober- und Untersummen als näherungsweise Berechnung des Flächeninhalts möglich (siehe Q-GK-A4).

Thema: Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-GK-A4)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs
- erläutern geometrisch-anschaulich den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion (Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung)
- skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion
- nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen
- bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen
- bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge
- ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate
- bestimmen Flächeninhalte mit Hilfe von bestimmten Integralen

Prozessbezogene Kompetenzen:

Argumentieren

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Vermutungen auf (*Vermuten*)
- unterstützen Vermutungen beispielgebunden (*Vermuten*)
- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (*Vermuten*)
- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (*Begründen*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Mithilfe einer geeigneten Aufgabe (z.B. der Ballonaufgabe) wird der Zusammenhang zwischen Produktsumme und Integral hergestellt. Die SuS entdecken, dass die Bestandsfunktion eine Stammfunktion der Änderungsrate ist.

Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung kann in einem Lehrervortrag eingeführt werden. Die SuS sollen hierbei Integrale sowohl per Hand, als auch mit dem GTR berechnen können. Es ist darauf zu achten, dass sich die Fachkonferenz Mathematik dafür ausgesprochen hat, dass bei der Berechnung von Integralen immer auch die Stammfunktion angegeben werden soll.

Die Regeln zur Bildung von Stammfunktionen werden von den SuS durch Rückwärtsanwenden der bekannten Ableitungsregeln selbstständig erarbeitet.

Bei der Berechnung von Flächeninhalten wird auch die Intervalladditivität und Linearität thematisiert. Zur Berechnung von Flächeninhalten zwischen zwei Graphen sollen die Schnittstellen auch mit dem GTR bestimmt werden.

Komplexere Übungsaufgaben sollten am Ende des Unterrichtsvorhabens bearbeitet werden, um Vernetzungen mit den Kompetenzen der bisherigen Unterrichtsvorhaben (Funktionsuntersuchungen, Aufstellen von Funktionen aus Bedingungen) herzustellen. Ältere Abituraufgaben können ebenfalls gut genutzt werden.

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen [...] digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen
- Verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
 - ... Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und Abszisse
 - ... Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrals

Thema: Natürlich: Exponentialfunktionen (Q-GK-A5)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion
- untersuchen Wachstums- und Zerfallsvorgänge mithilfe funktionaler Ansätze
- interpretieren Parameter von Funktionen im Anwendungszusammenhang
- bilden die Ableitungen weiterer Funktionen:
 - natürliche Exponentialfunktion

Prozessbezogene Kompetenzen:

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (*Erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme) (*Lösen*)
- führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (*Lösen*)
- variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung (*Reflektieren*).

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Zu Beginn des Unterrichtsvorhabens sollte eine Auffrischung der bereits in der EF erworbenen Kompetenzen durch eine Untersuchung verschiedener Kontexte stehen (Wachstum und Zerfall).

Im Anschluss werden die Eigenschaften einer allgemeinen Exponentialfunktion zusammengestellt. Der GTR unterstützt dabei die Klärung der Bedeutung der Parameter und die Veränderungen durch Transformationen (z.B. Nutzung der Schieberegler auf dem GTR).

Die Frage nach einer Ableitungsfunktion, die identisch zur Ausgangsfunktion ist, führt durch experimentelle Annäherung (Intervallschachtelung oder Schieberegler bei GeoGebra oder GTR) zur Entdeckung der Zahl e .

Werkzeuge nutzen*Die Schülerinnen und Schüler*

- Verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
 - ... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen
 - ... grafischen Messen von Steigungen
- entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus
- nutzen [...] digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen

Thema: Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-GK-A6)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • untersuchen Wachstums- und Zerfallsvorgänge mithilfe funktionaler Ansätze • interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext • bilden die Ableitungen weiterer Funktionen: <ul style="list-style-type: none"> - Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten • bilden in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) • wenden die Kettenregel auf Verknüpfungen der natürlichen Exponentialfunktion mit linearen Funktionen an • wenden die Produktregel auf Verknüpfungen von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen an • bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge • ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine 	<p>Im Zusammenhang mit der Modellierung von Wachstumsprozessen durch natürliche Exponentialfunktionen mit linearen Exponenten wird die Kettenregel eingeführt, um auch (hilfsmittelfrei) Ableitungen für die entsprechenden Funktionsterme bilden zu können. An mindestens einem Beispiel sollte auch ein beschränktes Wachstum untersucht werden.</p> <p>An Beispielen von Prozessen, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamente, Fieber, Pflanzen), wird eine Modellierung durch Produkte von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen erarbeitet. In diesem Zusammenhang wird die Produktregel zum Ableiten eingeführt.</p> <p>In diesen Kontexten ergeben sich ebenfalls Fragen, die erfordern, dass beispielsweise aus der Wachstumsgeschwindigkeit auf die Gesamtgröße (Integral) geschlossen wird.</p> <p>Parameter werden nur in konkreten Kontexten und nur exemplarisch variiert (keine systematische Untersuchung von Funktionenscharen). Dabei werden z. B. zahlenmäßige Änderungen des Funktionsterms bezüglich ihrer Auswirkung untersucht und im Hinblick auf den Kontext interpretiert</p>

<p>Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>)</p> <ul style="list-style-type: none">• ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu (<i>Mathematisieren</i>)• beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>)• beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>)• verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (<i>Validieren</i>)• reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (<i>Validieren</i>)	
--	--

Q-Phase Grundkurs Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Thema: Geraden im Raum und die Beschreibung von Bewegungen (Q-GK-G1)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • stellen Geraden und Strecken in Parameterform dar • interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext • untersuchen Lagebeziehungen zwischen zwei Geraden • berechnen Schnittpunkte von Geraden und deuten sie im Sachkontext <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>) • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>) • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (<i>Validieren</i>) 	<p>Nach kurzer Wiederholung (Punkte im Raum, Vektoren und Rechnen mit Vektoren, EF) werden lineare Bewegungen z. B. im Kontext von Flugbahnen (Kondensstreifen) durch Startpunkt, Zeitparameter und Geschwindigkeitsvektor beschrieben (und ggf. dynamisch mit DGS dargestellt). Dabei sollten Modellierungsfragen (reale Geschwindigkeiten, Größe der Flugobjekte, Flugebenen) einbezogen werden.</p> <p><i>Eine Vertiefung kann darin bestehen, den Betrag der Geschwindigkeit zu variieren. In jedem Fall soll der Unterschied zwischen einer Geraden als Punktmenge (z. B. die Flugbahn) und einer Parametrisierung dieser Punktmenge als Funktion (von der Parametermenge in den Raum) herausgearbeitet werden.</i></p> <p>Ergänzend wird die rein geometrische Frage aufgeworfen, wie eine Gerade durch zwei Punkte beschrieben werden kann. Hierbei wird herausgearbeitet, dass zwischen unterschiedlichen Parametrisierungen einer Geraden gewechselt werden kann. Punktproben sowie die Berechnung von Schnittpunkten mit den Grundebenen sollen auch hilfsmittelfrei durchgeführt werden. Die Darstellung in räumlichen Koordinatensystemen sollte hinreichend geübt werden.</p> <p><i>Auf dieser Grundlage können später z. B. Schattenwürfe von Gebäuden in Parallel- und Zentralprojektion auf eine der Grundebenen berechnet und zeichnerisch dargestellt werden.</i></p>

<p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none">• nutzen Geodreiecke [...] geometrische Modelle und Dynamische-Geometrie-Software• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum<ul style="list-style-type: none">... grafischen Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden... Darstellen von Objekten im Raum	
--	--

Thema: Räume vermessen – mit dem Skalarprodukt Polygone und Polyeder untersuchen (Q-GK-G2)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es
- untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung)

Prozessbezogene Kompetenzen:

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (*Erkunden*)
- analysieren und strukturieren die Problemsituation (*Erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. [...] Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, [...]) (*Lösen*)
- wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (*Lösen*)
- beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (*Reflektieren*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Das Skalarprodukt wird zunächst als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras entwickelt. Durch eine Zerlegung in parallele und orthogonale Komponenten wird der geometrische Aspekt der Projektion betont. Dies wird zur Einführung des Winkels über den Kosinus genutzt (alternativ zu einer Herleitung aus dem Kosinussatz).

Bei hinreichend zur Verfügung stehender Zeit kann in Anwendungskontexten (z. B. Vorbeiflug eines Flugzeugs an einem Hindernis unter Einhaltung eines Sicherheitsabstandes, vgl. Q-GK-G3) entdeckt werden, wie der Abstand eines Punktes von einer Geraden u. a. als Streckenlänge über die Bestimmung eines Lotfußpunktes ermittelt werden kann. Bei dieser Problemstellung sollten unterschiedliche Lösungswege zugelassen und verglichen werden.

Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder bieten vielfältige Anlässe für (im Sinne des Problemlösens offen angelegte) exemplarische geometrische Untersuchungen und können auf reale Objekte (z. B. Gebäude) bezogen werden.

Dabei kann z. B. der Nachweis von Dreiecks- bzw. Viereckstypen wieder aufgenommen werden.

Wo möglich, werden auch elementargeometrische Lösungswege als Alternative aufgezeigt.

Thema: Lineare Algebra als Schlüssel zur Lösung von geometrischen Problemen (Q-GK-G3)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar
- beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme
- wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringen Rechenaufwand lösbar sind
- stellen Ebenen in Parameterform dar
- untersuchen Lagebeziehungen zwischen Geraden und Ebenen

Prozessbezogene Kompetenzen:

Argumentieren

Die Schülerinnen und Schüler

- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (*Vermuten*)
- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober- / Unterbegriff) (*Begründen*)
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (*Begründen*)
- berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen / Äquivalenz, Und- / Oder-Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen) (*Begründen*)
- überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (*Beurteilen*)

Kommunizieren

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Im Anschluss an das Lösen von LGS in den Stufen 8 und 9 werden unterschiedliche Lösungsverfahren (besonders der Gaußalgorithmus) wiederholt, auf mehrere Variablen erweitert und systematisiert. In diesem Zusammenhang wird das Lösen von LGS mit dem GTR eingeführt und eine angemessene Darstellung im Zusammenhang mit dem GTR eingeübt.

Als Einstiegskontext für die Parametrisierung einer Ebene kann eine Dachkonstruktion mit Sparren und Querlatten dienen. Diese bildet ein schiefwinkliges Koordinatensystem in der Ebene. Damit wird die Idee der Koordinatisierung wieder aufgegriffen.

In diesem Unterrichtsvorhaben werden Problemlösekompetenzen erworben, indem sich heuristische Strategien bewusst gemacht werden (eine planerische Skizze anfertigen, die gegebenen geometrischen Objekte abstrakt beschreiben, geometrische Hilfsobjekte einführen, bekannte Verfahren zielgerichtet einsetzen und in komplexeren Abläufen kombinieren und unterschiedliche Lösungswege kriteriengestützt vergleichen).

Punktproben sowie die Berechnung von Spurgeraden in den Grundebenen und von Schnittpunkten mit den Koordinatenachsen führen zunächst noch zu einfachen Gleichungssystemen. Die Achsenabschnitte erlauben eine Darstellung in einem räumlichen Koordinatensystem.

Die Untersuchung von Schattenwürfen eines Mastes auf eine Dachfläche z. B. motiviert eine Fortführung der systematischen Auseinandersetzung (Q-GK-A2) mit linearen Gleichungssystemen, mit der Matrix-Vektor-Schreibweise und mit dem Gauß-Verfahren.

Die Schülerinnen und Schüler

- erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen (*Rezipieren*)
- verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang (*Produzieren*)
- wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (*Produzieren*)
- erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (*Produzieren*)
- vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität (*Diskutieren*)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen

Die Lösungsmengen werden mit dem GTR bestimmt, zentrale Werkzeugkompetenz in diesem Unterrichtsvorhaben ist die Interpretation des angezeigten Lösungsvektors bzw. der reduzierten Matrix. Die Vernetzung der geometrischen Vorstellung (Lagebeziehung) und der algebraischen Formalisierung sollte stets deutlich werden.

Der Fokus der Untersuchung von Lagebeziehungen liegt auf dem logischen Aspekt einer vollständigen Klassifizierung sowie einer präzisen Begriffsbildung (z. B. Trennung der Begriffe „parallel“, „echt parallel“, „identisch“). Flussdiagramme und Tabellen sind ein geeignetes Mittel, solche Algorithmen darzustellen. Es werden möglichst selbstständig solche Darstellungen entwickelt, die auf Lernplakaten dokumentiert, präsentiert, verglichen und hinsichtlich ihrer Brauchbarkeit beurteilt werden können. In diesem Teil des Unterrichtsvorhabens sollen nicht nur logische Strukturen reflektiert, sondern auch Unterrichtsformen gewählt werden, bei denen Kommunikationsprozesse im Team unter Verwendung der Fachsprache angeregt werden.

Als Kontext kann dazu die Modellierung von Flugbahnen (Kondensstreifen) wieder aufgegriffen werden. Dabei wird evtl. die Frage des Abstandes zwischen Flugobjekten relevant.

Thema: Geometrische Objekte und Situationen im Raum (Q-GK-G4)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen
- berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext

Prozessbezogene Kompetenzen:

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen (*Erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)
- wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen (*Lösen*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. [...] Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, [...]) (*Lösen*)
- führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (*Lösen*)
- vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (*Reflektieren*)
- beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (*Reflektieren*)
- analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern (*Reflektieren*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Die erlernte Bestimmung der Lagebeziehungen von Geraden und Ebenen wird nun vor allem in Sachkontexten angewandt.

Gegebene Realsituationen werden in bekannte Geraden- und Ebenengleichungen modelliert, in LGS-Form (auch mit Hilfe des GTR) gelöst und die Lösung hin sichtlich des gegebenen Kontexts interpretiert.

An dieser Stelle bietet es sich an zusammenfassende Aufgaben auf Abiturniveau zu bearbeiten (z.B. alte Abituraufgaben).

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
... Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen

Q-Phase Grundkurs Stochastik (S)

Thema: *Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-GK-S1)*

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben
- erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen
- bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen

Prozessbezogene Kompetenzen:

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (*Strukturieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Anhand verschiedener Glücksspiele wird zunächst der Begriff der Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den möglichen Werten, die die Zufallsgröße annimmt) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten aus der EF wiederholt. Analog zur Betrachtung des Mittelwertes bei empirischen Häufigkeitsverteilungen wird der Erwartungswert einer Zufallsgröße definiert.

Über eingängige Beispiele von Verteilungen mit gleichem Mittelwert aber unterschiedlicher Streuung wird die Definition der Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung im Zusammenhang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen motiviert; anhand gezielter Veränderungen der Verteilung werden die Auswirkungen auf deren Kenngrößen untersucht und interpretiert.

Anschließend werden diese Größen zum Vergleich von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und zu einfachen Risikoabschätzungen genutzt.

Thema: Treffer oder nicht? – Bernoulli-Experimente und Binomialverteilungen (Q-GK-S2)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente • erklären die Binomialverteilung im Kontext und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten • beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung • bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen [...] <p>Prozessbezogene Kompetenzen:</p> <p>Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>) <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • nutzen grafikfähige Taschenrechner und Tabellenkalkulationen [...] • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum <ul style="list-style-type: none"> ... Generieren von Zufallszahlen ... Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen 	<p>Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet.</p> <p>Durch Vergleich mit dem „Ziehen ohne Zurücklegen“ wird geklärt, dass die Anwendung des Modells ‚Bernoullikette‘ eine bestimmte Realsituation voraussetzt, d. h. dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen.</p> <p>Zur formalen Herleitung der Binomialverteilung bieten sich das Galtonbrett bzw. seine Simulation und die Betrachtung von Multiple-Choice-Tests an.</p> <p>Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p erfolgt dabei durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung des GTR.</p> <p>Während sich die Berechnung des Erwartungswertes erschließt, kann die Formel für die Standardabweichung für ein zweistufiges Bernoulliexperiment plausibel gemacht werden. Auf eine allgemeingültige Herleitung wird verzichtet.</p> <p>Durch Erkunden wird festgestellt, dass unabhängig von n und p ca. 68% der Ergebnisse in der 1σ-Umgebung des Erwartungswertes liegen.</p>

- | | |
|--|--|
| <ul style="list-style-type: none">... Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen... Variieren der Parameter von Binomialverteilungen... Berechnen der Kennzahlen von Binomialverteilungen (Erwartungswert, Standardabweichung) | |
|--|--|

Thema: Modellieren mit Binomialverteilungen (Q-GK-S3)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen • schließen anhand einer vorgegebenen Entscheidungsregel aus einem Stichprobenergebnis auf die Grundgesamtheit <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>) • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter [...] Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>) • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (<i>Validieren</i>) <p>Argumentieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (<i>Begründen</i>) • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (<i>Begründen</i>) • verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten (<i>Begründen</i>) 	<p>In verschiedenen Sachkontexten wird zunächst die Möglichkeit einer Modellierung der Realsituation mithilfe der Binomialverteilung überprüft. Die Grenzen des Modellierungsprozesses werden aufgezeigt und begründet. In diesem Zusammenhang werden geklärt:</p> <ul style="list-style-type: none"> - die Beschreibung des Sachkontextes durch ein Zufallsexperiment - die Interpretation des Zufallsexperiments als Bernoullikette - die Definition der zu betrachtenden Zufallsgröße - die Unabhängigkeit der Ergebnisse - die Benennung von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p <p>Dies erfolgt in unterschiedlichsten Realkontexten, deren Bearbeitung auf vielfältigen Zeitungsartikeln basieren kann. Auch Beispiele der Modellumkehrung werden betrachtet („Von der Verteilung zur Realsituation“).</p> <p>Prüfverfahren mit vorgegebenen Entscheidungsregeln bieten einen besonderen Anlass, um von einer (ein- oder mehrstufigen) Stichprobenentnahme aus einer Lieferung auf nicht bekannte Parameter in der Grundgesamtheit zu schließen.</p> <p><i>Hinweis: Eine Stichprobenentnahme kann auch auf dem GTR simuliert werden.</i></p>

Thema: Von Übergängen und Prozessen (G-GK-S4)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen
- verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände)

Prozessbezogene Kompetenzen:

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)

Argumentieren

Die Schülerinnen und Schüler

- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (*Vermuten*)
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (*Begründen*)
- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (*Begründen*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Die Behandlung stochastischer Prozesse sollte genutzt werden, um zentrale Begriffe aus Stochastik (Wahrscheinlichkeit, relative Häufigkeit) und Analysis (Grenzwert) mit Begriffen und Methoden der Linearen Algebra (Vektor, Matrix, lineare Gleichungssysteme) zu vernetzen. Schülerinnen und Schüler modellieren dabei in der Realität komplexe Prozesse, deren langfristige zeitliche Entwicklung untersucht und als Grundlage für Entscheidungen und Maßnahmen genutzt werden kann.

Der Auftrag an Schülerinnen und Schüler, einen stochastischen Prozess graphisch darzustellen, führt in der Regel zur Erstellung eines Baumdiagramms, dessen erste Stufe den Ausgangszustand beschreibt, und eines Prozessdiagramms. Im Zusammenhang mit der Interpretation der Pfadregeln als Gleichungssystem können sie daraus die Matrix-Vektor-Darstellung des Prozesses entwickeln.

Untersuchungen in unterschiedlichen realen Kontexten führen zur Entwicklung von Begriffen zur Beschreibung von Eigenschaften stochastischer Prozesse (Potenzen der Übergangsmatrix, Grenzmatrix, stabile Verteilung, absorbierender Zustand). Hier bietet sich eine Vernetzung mit der Linearen Algebra hinsichtlich der Betrachtung linearer Gleichungssysteme und ihrer Lösungsmengen an.

Eine nicht obligatorische Vertiefungsmöglichkeit besteht darin, Ausgangszustände über ein entsprechendes Gleichungssystem zu ermitteln und zu erfahren, dass der GTR als Hilfsmittel dazu die inverse Matrix bereitstellt.

- | | |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none">• überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (<i>Beurteilen</i>) | |
|---|--|

Q-Phase Leistungskurs Funktionen und Analysis (A)

Thema: *Eigenschaften ganzrationaler Funktionen und Optimierungsprobleme (Q-LK-A1)*

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung
- verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien [...] zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten
- führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese

Prozessbezogene Kompetenzen:

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor. (*Strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (*Validieren*)

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Anknüpfend an die EF wird noch einmal die Bedeutung der 1. Ableitung, auch in Sachzusammenhängen (Geschwindigkeit, Temperaturänderungen, etc), wiederholt. Die Durchführung des graphischen Ableitens sollte ebenfalls kurz wiederholt werden.

Die Beschreibung von Links- und Rechtskurven über die Zu- und Abnahme der Steigung führt zu einer geometrischen Deutung der 2. Ableitung einer Funktion als „Krümmung“ des Graphen und zur Betrachtung von Wendepunkten. Alternativ lässt sich die zweite Ableitung auch als Änderung der 1. Ableitung einführen. Als Kontext hierzu können zum Beispiel Änderung der Kurvenrichtung bei einer Motorradfahrt, die Geschwindigkeitsänderung bei einer Zugfahrt oder auch der Besucherstrom eines Freizeitparks dienen.

Die simultane Betrachtung beider Ableitungen führt zur Entdeckung eines weiteren hinreichenden Kriteriums für Extrempunkte. Anhand einer Funktion mit Sattelpunkt wird die Grenze dieses hinreichenden Kriteriums entdeckt. Vor- und Nachteile der beiden hinreichenden Kriterien werden abschließend von den Lernenden kritisch bewertet.

Bei Betrachtung von Extremalproblemen mit Nebenbedingungen bietet es sich an, zu Beginn ein Problem mit quadratischer Zielfunktion zu bearbeiten. Hier sollten die Lösungsverfahren auch ohne digitale Hilfsmittel eingeübt werden.

An mindestens einem Problem entdecken die Schülerinnen und Schüler die Notwendigkeit, Randextrema zu betrachten (z. B. „Glasscheibe“ oder

<ul style="list-style-type: none"> • finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation (<i>Erkunden</i>) • wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle ...) aus, um die Situation zu erfassen (<i>Erkunden</i>) • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Verallgemeinern ...) (<i>Lösen</i>) • setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (<i>Lösen</i>) • berücksichtigen einschränkende Bedingungen (<i>Lösen</i>) • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (<i>Lösen</i>) • vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (<i>Reflektieren</i>) 	<p>verschiedene Varianten des „Hühnerhofs“). Ein Verpackungsproblem (Dose oder Milchtüte) wird unter dem Aspekt der Modellvalidierung/Modellkritik untersucht.</p>
--	---

Thema: Funktionen beschreiben Formen – Bestimmung ganzrationaler Funktionen in innermathematischen Problemstellungen und zur Modellierung von Sachsituationen (Q-LK-A2)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext und untersuchen ihren Einfluss auf Eigenschaften von Funktionenscharen • bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben“) • beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme • wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind • verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>) • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) 	<p>Anknüpfend an die Einführungsphase (vgl. Thema E-A1) werden an einem Beispiel in einem geeigneten Kontext (z. B. Fotos von Brücken, Gebäuden, Flughäfen) die Parameter der Scheitelpunktform einer quadratischen Funktion angepasst. Anschließend werden aus gegebenen Punkten Gleichungssysteme für die Parameter der Normalform aufgestellt.</p> <p><i>Designobjekte, architektonische Formen oder Flughäfen (BMX-Aufgabe Abi 2013) können zum Anlass genommen werden, die Funktionsklassen zur Modellierung auf ganzrationale Funktionen 3. oder 4. Grades zu erweitern und über gegebene Punkte, Symmetrieüberlegungen und Bedingungen an die Ableitung Gleichungen zur Bestimmung der Parameter aufzustellen. Hier bieten sich nach einem einführenden Beispiel offene Unterrichtsformen an.</i></p> <p>Schülerinnen und Schüler erhalten Gelegenheit, über Grundannahmen der Modellierung (Grad der Funktion, Symmetrie, Lage im Koordinatensystem, Ausschnitt) selbst zu entscheiden, deren Angemessenheit zu reflektieren und ggf. Veränderungen vorzunehmen.</p> <p>An dieser Stelle wird empfohlen, das Lösen von linearen Gleichungssystemen zunächst nur mit dem Taschenrechner durchzuführen. Eine explizite Einführung des „händischen Lösens“ (Gauß-Algorithmus) erfolgt im Abschnitt Q-LK-G3.</p> <p>Über freie Parameter (aus unterbestimmten Gleichungssystemen) werden Lösungsscharen erzeugt und deren Elemente hinsichtlich ihrer Eignung für das Modellierungsproblem untersucht und beurteilt. An</p>

<ul style="list-style-type: none"> • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>) • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>) • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (<i>Validieren</i>) • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (<i>Validieren</i>) <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen • ... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen • nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden [...], Berechnen und Darstellen 	<p>innermathematischen Steckbriefen, werden Fragen der Eindeutigkeit und der Einfluss von Parametern auf den Funktionsgraphen untersucht. Funktionenscharen und deren Ortskurven charakteristischer Punkte sollten auch mit dem GTR dargestellt und untersucht werden.</p>
---	--

Thema: Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-LK-A3)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- interpretieren Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe
- deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext

Prozessbezogene Kompetenzen:

Kommunizieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus [...] mathemathikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen (*Rezipieren*)
- formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (*Produzieren*)
- wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus (*Produzieren*)
- wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (*Produzieren*)
- dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar (*Produzieren*)
- erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (*Produzieren*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Zum Einstieg bietet sich eine „Strecke-Geschwindigkeits-Aufgabe“ (Dropbox: „Eine Eisenbahnfahrt“) an. Durch die Bestimmung der zurückgelegten Strecke über den Flächeninhalt einfacher geometrischer Formen (Rechteck, Dreieck) entdecken die SuS den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Bestand.

Weitere mögliche Kontexte in den von einer Änderungsrate auf einen Bestand geschlossen werden kann, sind zum Beispiel die Durchflussrate oder auch die Zustromrate von Zuschauern bei einem Konzert.

Für die Thematisierung des orientierten Flächeninhalts kann ebenfalls eine „Strecke-Geschwindigkeits-Aufgabe“ (Dropbox: „Eine Ballonfahrt“) genutzt werden. Weiterführen ist an diesem Beispiel auch die Einführung von Ober- und Untersummen als näherungsweise Berechnung des Flächeninhalts möglich (siehe Q-LK-A4).

Thema: Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-LK-A4)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs • erläutern den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion • deuten die Ableitung mithilfe der Approximation durch lineare Funktionen • nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen • skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion • begründen den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung unter Verwendung eines anschaulichen Stetigkeitsbegriffs • bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen • bestimmen Integrale numerisch [...] • ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion • bestimmen Flächeninhalte und Volumina von Körpern, die durch die Rotation um die Abszisse entstehen, mit Hilfe von bestimmten und uneigentlichen Integralen <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Argumentieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • stellen Vermutungen auf (<i>Vermuten</i>) • unterstützen Vermutungen beispielgebunden (<i>Vermuten</i>) 	<p>Mithilfe einer geeigneten Aufgabe (z.B. der Ballonaufgabe) wird der Zusammenhang zwischen Produktsumme und Integral hergestellt. Die SuS entdecken, dass die Bestandsfunktion eine Stammfunktion der Änderungsrate ist.</p> <p>Die Graphen der Randfunktion und der genäherten Integralfunktion können die SuS mithilfe einer Tabellenkalkulation und eines Funktionenplotters gewinnen, vergleichen und Beziehungen zwischen diesen herstellen. Fragen, wie die Genauigkeit der Näherung erhöht werden kann, geben Anlass zu anschaulichen Grenzwertüberlegungen.</p> <p>Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung kann in einem Lehrervortrag eingeführt werden. Die SuS sollen hierbei Integrale sowohl per Hand, als auch mit dem GTR berechnen können. Es ist darauf zu achten, dass sich die Fachkonferenz Mathematik dafür ausgesprochen hat, dass bei der Berechnung von Integralen immer auch die Stammfunktion angegeben werden soll.</p> <p>Die Regeln zur Bildung von Stammfunktionen werden von den SuS durch Rückwärtsanwenden der bekannten Ableitungsregeln selbstständig erarbeitet.</p> <p>Bei der Berechnung von Flächeninhalten wird auch die Intervalladditivität und Linearität thematisiert. Zur Berechnung von Flächeninhalten zwischen zwei Graphen sollen die Schnittstellen auch mit dem GTR bestimmt werden.</p> <p>Als Vertiefung des Grenzwertbegriffes werden uneigentliche Integrale in innermathematischen Aufgaben thematisiert und berechnet.</p>

<ul style="list-style-type: none"> • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (<i>Vermuten</i>) • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (<i>Begründen</i>) • verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten (<i>Begründen</i>) • erklären vorgegebene Argumentationen und mathematische Beweise (<i>Begründen</i>) • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (<i>Beurteilen</i>) <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • nutzen [...] digitale Werkzeuge [<i>Erg. Fachkonferenz: Tabellenkalkulation und Funktionenplotter</i>] zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... <ul style="list-style-type: none"> ... Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und Abszisse ... Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrals 	<p>Bei der Berechnung der Volumina wird stark auf Analogien zur Flächenberechnung verwiesen. Gedanklich könnte mit einem „Eierschneider“ der Rotationskörper in berechenbare Zylinder zerlegt werden, analog den Rechtecken oder Trapezen bei der Flächenberechnung.</p> <p>Komplexere Übungsaufgaben sollten am Ende des Unterrichtsvorhabens bearbeitet werden, um Vernetzungen mit den Kompetenzen der bisherigen Unterrichtsvorhaben (Funktionsuntersuchungen, Aufstellen von Funktionen aus Bedingungen) herzustellen. Ältere Abituraufgaben können ebenfalls gut genutzt werden.</p> <p>Optional kann mit der Mittelwertberechnung noch eine weitere wichtige Grundvorstellung des Integrals erarbeitet werden. Hier bieten sich Vernetzungen mit dem Inhaltsfeld Stochastik an.</p>
---	--

Thema: Natürlich: Exponentialfunktionen und Logarithmus (Q-LK-A5)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und begründen die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion
- verwenden Exponentialfunktionen zur Beschreibung von Wachstums- und Zerfallsvorgängen und vergleichen die Qualität der Modellierung exemplarisch mit einem begrenzten Wachstum
- nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Umkehrfunktion der natürlichen Exponentialfunktion
- bilden die Ableitungen weiterer Funktionen:
 - natürliche Exponentialfunktion
 - Exponentialfunktionen mit beliebiger Basis
 - natürliche Logarithmusfunktion
- nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Stammfunktion der Funktion: $x \rightarrow 1/x$

Prozessbezogene Kompetenzen:

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (*Erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme)(*Lösen*)
- führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (*Lösen*)
- variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Zu Beginn des Unterrichtsvorhabens sollte eine Auffrischung der bereits in der EF erworbenen Kompetenzen durch eine Untersuchung verschiedener Kontexte stehen (Wachstum und Zerfall).

Im Anschluss werden die Eigenschaften einer allgemeinen Exponentialfunktion zusammengestellt. Der GTR unterstützt dabei die Klärung der Bedeutung der Parameter und die Veränderungen durch Transformationen (z.B. Nutzung der Schieberegler auf dem GTR).

Die Frage nach einer Ableitungsfunktion, die identisch zur Ausgangsfunktion ist, führt durch experimentelle Annäherung (Intervallschachtelung oder Schieberegler bei GeoGebra oder GTR) zur Entdeckung der Zahl e .

Umkehrprobleme im Zusammenhang mit der natürlichen Exponentialfunktion werden genutzt, um den natürlichen Logarithmus zu definieren und damit auch alle Exponentialfunktionen auf die Basis e zurückzuführen. Eine Vermutung zur Ableitung der natürlichen Logarithmusfunktion wird graphisch mithilfe des GTR als Ortskurve gewonnen.

(Reflektieren)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen
... grafischen Messen von Steigungen
- entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer
Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus
- nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum
Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen

Thema: Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-LK-A6)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • bestimmen Integrale [...] mithilfe von gegebenen oder Nachschlagewerken entnommenen Stammfunktionen • ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion • führen Eigenschaften von zusammengesetzten Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) argumentativ auf deren Bestandteile zurück • wenden die Produkt- und Kettenregel zum Ableiten von Funktionen an <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) • ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu (<i>Mathematisieren</i>) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>) • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>) • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (<i>Validieren</i>) • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen 	<p>Im Zusammenhang mit der Modellierung von Wachstumsprozessen durch natürliche Exponentialfunktionen mit linearen Exponenten wird die Kettenregel eingeführt, um auch (hilfsmittelfrei) Ableitungen für die entsprechenden Funktionsterme bilden zu können. An mindestens einem Beispiel sollte auch ein beschränktes Wachstum untersucht werden.</p> <p>An Beispielen von Prozessen, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamente, Fieber, Pflanzen), wird eine Modellierung durch Produkte von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen erarbeitet. In diesem Zusammenhang wird die Produktregel zum Ableiten eingeführt.</p> <p>In diesen Kontexten ergeben sich ebenfalls Fragen, die erfordern, dass beispielsweise aus der Wachstumsgeschwindigkeit auf die Gesamtgröße (Integral) geschlossen wird.</p> <p>Weitere Kontexte bieten Anlass zu komplexen Modellierungen mit Funktionen anderer Funktionenklassen, insbesondere unter Berücksichtigung von Parametern, für die Einschränkungen des Definitionsbereiches oder Fallunterscheidungen vorgenommen werden müssen.</p>

Annahmen (<i>Validieren</i>)	
--------------------------------	--

Q-Phase Leistungskurs Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Thema: Geraden im Raum und die Beschreibung von Bewegungen (Q-LK-G1)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Geraden und Strecken in Parameterform dar
- interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext
- stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar
- untersuchen Lagebeziehungen zwischen zwei Geraden
- berechnen Schnittpunkte von Geraden und deuten sie im Sachkontext

Prozessbezogene Kompetenzen:

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (*Strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (*Validieren*)
- verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (*Validieren*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Nach kurzer Wiederholung (Punkte im Raum, Vektoren und Rechnen mit Vektoren, EF) werden lineare Bewegungen z. B. im Kontext von Flugbahnen (Kondensstreifen) durch Startpunkt, Zeitparameter und Geschwindigkeitsvektor beschrieben (und ggf. dynamisch mit DGS dargestellt). Dabei sollten Modellierungsfragen (reale Geschwindigkeiten, Größe der Flugobjekte, Flugebenen) einbezogen werden.

Eine Vertiefung kann darin bestehen, den Betrag der Geschwindigkeit zu variieren. In jedem Fall soll der Unterschied zwischen einer Geraden als Punktmenge (z. B. die Flugbahn) und einer Parametrisierung dieser Punktmenge als Funktion (von der Parametermenge in den Raum) herausgearbeitet werden.

Ergänzend wird die rein geometrische Frage aufgeworfen, wie eine Gerade durch zwei Punkte beschrieben werden kann. Hierbei wird herausgearbeitet, dass zwischen unterschiedlichen Parametrisierungen einer Geraden gewechselt werden kann. Punktproben sowie die Berechnung von Schnittpunkten mit den Grundebenen sollen auch hilfsmittelfrei durchgeführt werden. Die Darstellung in räumlichen Koordinatensystemen sollte hinreichend geübt werden.

Auf dieser Grundlage können später z. B. Schattenwürfe von Gebäuden in Parallel- und Zentralprojektion auf eine der Grundebenen berechnet und zeichnerisch dargestellt werden.

Werkzeuge nutzen*Die Schülerinnen und Schüler*

- nutzen Geodreiecke [...] geometrische Modelle und Dynamische-Geometrie-Software
- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
 - ... grafischen Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden
 - ... Darstellen von Objekten im Raum

Thema: Räume vermessen – mit dem Skalarprodukt Polygone und Polyeder untersuchen (Q-LK-G2)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es
- untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung)

Prozessbezogene Kompetenzen:

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (*Erkunden*)
- analysieren und strukturieren die Problemsituation (*Erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. [...] Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, [...]) (*Lösen*)
- wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (*Lösen*)
- beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (*Reflektieren*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Das Skalarprodukt wird zunächst als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras entwickelt. Durch eine Zerlegung in parallele und orthogonale Komponenten wird der geometrische Aspekt der Projektion betont. Dies wird zur Einführung des Winkels über den Kosinus genutzt (alternativ zu einer Herleitung aus dem Kosinussatz).

Bei hinreichend zur Verfügung stehender Zeit kann in Anwendungskontexten (z. B. Vorbeiflug eines Flugzeugs an einem Hindernis unter Einhaltung eines Sicherheitsabstandes, vgl. Q-GK-G3) entdeckt werden, wie der Abstand eines Punktes von einer Geraden u. a. als Streckenlänge über die Bestimmung eines Lotfußpunktes ermittelt werden kann. Bei dieser Problemstellung sollten unterschiedliche Lösungswege zugelassen und verglichen werden.

Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder bieten vielfältige Anlässe für (im Sinne des Problemlösens offen angelegte) exemplarische geometrische Untersuchungen und können auf reale Objekte (z. B. Gebäude) bezogen werden.

Dabei kann z. B. der Nachweis von Dreiecks- bzw. Viereckstypen wieder aufgenommen werden.

Wo möglich, werden auch elementargeometrische Lösungswege als Alternative aufgezeigt.

Thema: Lineare Algebra als Schlüssel zur Lösung von geometrischen Problemen (Q-LK-G3)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar • beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme • wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringen Rechenaufwand lösbar sind • stellen Ebenen in [...] Parameterform dar • stellen Ebenen in Normalenform dar • untersuchen Lagebeziehungen zwischen Geraden und Ebenen <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Argumentieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (<i>Vermuten</i>) • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober- / Unterbegriff) (<i>Begründen</i>) • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (<i>Begründen</i>) • berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen / Äquivalenz, Und- / Oder-Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen) (<i>Begründen</i>) • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (<i>Beurteilen</i>) 	<p>Im Anschluss an das Lösen von LGS in den Stufen 8 und 9 werden unterschiedliche Lösungsverfahren (besonders der Gaußalgorithmus) wiederholt, auf mehrere Variablen erweitert und systematisiert. In diesem Zusammenhang wird das Lösen von LGS mit dem GTR eingeführt und eine angemessene Darstellung im Zusammenhang mit dem GTR eingeübt.</p> <p>Als Einstiegskontext für die Parametrisierung einer Ebene kann eine Dachkonstruktion mit Sparren und Querlatten dienen. Diese bildet ein schiefwinkliges Koordinatensystem in der Ebene. Damit wird die Idee der Koordinatisierung wieder aufgegriffen.</p> <p>In diesem Unterrichtsvorhaben werden Problemlösekompetenzen erworben, indem sich heuristische Strategien bewusst gemacht werden (eine planerische Skizze anfertigen, die gegebenen geometrischen Objekte abstrakt beschreiben, geometrische Hilfsobjekte einführen, bekannte Verfahren zielgerichtet einsetzen und in komplexeren Abläufen kombinieren und unterschiedliche Lösungswege kriteriengestützt vergleichen).</p> <p>Punktproben sowie die Berechnung von Spurgeraden in den Grundebenen und von Schnittpunkten mit den Koordinatenachsen führen zunächst noch zu einfachen Gleichungssystemen. Die Achsenabschnitte erlauben eine Darstellung in einem räumlichen Koordinatensystem.</p> <p>Die Untersuchung von Schattenwürfen eines Mastes auf eine Dachfläche z. B. motiviert eine Fortführung der systematischen Auseinandersetzung (Q-GK-A2) mit linearen Gleichungssystemen, mit der Matrix-Vektor-Schreibweise und mit dem Gauß-Verfahren.</p>

Kommunizieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen (*Rezipieren*)
- verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang (*Produzieren*)
- wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (*Produzieren*)
- erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (*Produzieren*)
- vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität (*Diskutieren*)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen

Die Lösungsmengen werden mit dem GTR bestimmt, zentrale Werkzeugkompetenz in diesem Unterrichtsvorhaben ist die Interpretation des angezeigten Lösungsvektors bzw. der reduzierten Matrix. Die Vernetzung der geometrischen Vorstellung (Lagebeziehung) und der algebraischen Formalisierung sollte stets deutlich werden.

Der Fokus der Untersuchung von Lagebeziehungen liegt auf dem logischen Aspekt einer vollständigen Klassifizierung sowie einer präzisen Begriffsbildung (z. B. Trennung der Begriffe „parallel“, „echt parallel“, „identisch“). Flussdiagramme und Tabellen sind ein geeignetes Mittel, solche Algorithmen darzustellen. Es werden möglichst selbstständig solche Darstellungen entwickelt, die auf Lernplakaten dokumentiert, präsentiert, verglichen und hinsichtlich ihrer Brauchbarkeit beurteilt werden können. In diesem Teil des Unterrichtsvorhabens sollen nicht nur logische Strukturen reflektiert, sondern auch Unterrichtsformen gewählt werden, bei denen Kommunikationsprozesse im Team unter Verwendung der Fachsprache angeregt werden.

Als Kontext kann dazu die Modellierung von Flugbahnen (Kondensstreifen) wieder aufgegriffen werden. Dabei wird evtl. die Frage des Abstandes zwischen Flugobjekten relevant.

Thema: Geometrische Objekte und Situationen im Raum (Q-LK-G4)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen • berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext • nutzen die Normalenform von Ebenen zur Orientierung im Raum <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen (<i>Erkunden</i>) • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>Lösen</i>) • wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen (<i>Lösen</i>) • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. [...] Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, [...]) (<i>Lösen</i>) • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (<i>Lösen</i>) • vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (<i>Reflektieren</i>) • beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (<i>Reflektieren</i>) • analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern (<i>Reflektieren</i>) 	<p>Die erlernte Bestimmung der Lagebeziehungen von Geraden und Ebenen wird nun vor allem in Sachkontexten angewandt. Gegebene Realsituationen werden in bekannte Geraden- und Ebenengleichungen modelliert, in LGS-Form (auch mit Hilfe des GTR) gelöst und die Lösung hin sichtlich des gegebenen Kontexts interpretiert. An dieser Stelle bietet es sich an zusammenfassende Aufgaben auf Abiturniveau zu bearbeiten (z.B. alte Abituraufgaben).</p>

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
... Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen

Thema: Strategieentwicklung bei geometrischen Problemsituationen und Beweisaufgaben (Q-LK-G5)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> stellen Geraden in Parameterform dar stellen Ebenen in Koordinaten- und in Parameterform dar stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar untersuchen Lagebeziehungen zwischen Geraden und zwischen Geraden und Ebenen berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung) stellen Ebenen in Normalenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>) übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>) reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (<i>Validieren</i>) 	<p>Mit Hilfe des (neu eingeführten) Normalenvektors kann die bekannte Parameterform einer Ebene in die Normalengleichung und die Koordinatengleichung überführt werden und umgekehrt. Es bietet sich an, die Hesse-Normalen einzuführen, um Anstandsprobleme zu lösen. (s.u.). Optional kann der Normalenvektor mit Hilfe des Vektorproduktes bestimmt werden. Zusammen mit dem Spatprodukt werden so Flächen- und Volumenberechnung ermöglicht.</p> <p>Die schon behandelten Lagebeziehungen (s.o.) können nun auch mit der Koordinatengleichung erleichtert untersucht werden.</p> <p>Es empfiehlt sich, Problemlösungen mit folgenden prozessbezogenen Zielen zu verbinden, 1) eine planerische Skizze anzufertigen und die gegebenen geometrischen Objekte abstrakt zu beschreiben, 2) geometrische Hilfsobjekte einzuführen, 3) an geometrischen Situationen Fallunterscheidungen vorzunehmen, 4) bekannte Verfahren zielgerichtet einzusetzen und in komplexeren Abläufen zu kombinieren, 5) unterschiedliche Lösungswege Kriterien gestützt zu vergleichen.</p> <p>Bei der Durchführung der Lösungswege können die Schülerinnen und Schüler auf das entlastende Werkzeug des GTR zurückgreifen, jedoch steht dieser Teil der Lösung hier eher im Hintergrund und soll sogar bei aufwändigeren Problemen bewusst ausgeklammert werden.</p> <p>Bei Beweisaufgaben sollen die Schülerinnen und Schüler Formalisierungen in Vektorschreibweise rezipieren und ggf. selbst vornehmen. Dabei spielt auch die Entdeckung einer Gesetzmäßigkeit eine Rolle. Geeignete Beispiele bieten der Satz von Varignon oder der Sehnen- (Tangenten-) satz von Euklid.</p>

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen (*Erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Verallgemeinern) (*Lösen*)
- führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (*Lösen*)
- vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (*Reflektieren*)
- beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (*Reflektieren*)
- analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern (*Reflektieren*)
- variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung (*Reflektieren*)

Die erworbenen Kompetenzen im Problemlösen sollen auch in Aufgaben zum Einsatz kommen, die einen Kontextbezug enthalten, so dass dieses Unterrichtsvorhaben auch unmittelbar zur Abiturvorbereitung überleitet bzw. zum Zweck der Abiturvorbereitung noch einmal wiederaufgenommen werden soll.

Q-Phase Leistungskurs Stochastik (S)

Thema: *Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-LK-S1)*

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben
- erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen
- bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen

Prozessbezogene Kompetenzen:

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (*Strukturieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Anhand verschiedener Glücksspiele wird zunächst der Begriff der Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den möglichen Werten, die die Zufallsgröße annimmt) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten aus der EF wiederholt. Analog zur Betrachtung des Mittelwertes bei empirischen Häufigkeitsverteilungen wird der Erwartungswert einer Zufallsgröße definiert.

Über eingängige Beispiele von Verteilungen mit gleichem Mittelwert aber unterschiedlicher Streuung wird die Definition der Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung im Zusammenhang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen motiviert; anhand gezielter Veränderungen der Verteilung werden die Auswirkungen auf deren Kenngrößen untersucht und interpretiert.

Anschließend werden diese Größen zum Vergleich von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und zu einfachen Risikoabschätzungen genutzt.

Thema: Treffer oder nicht? – Bernoulli-Experimente und Binomialverteilungen (Q-LK-S2)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente • erklären die Binomialverteilung einschließlich der kombinatorischen Bedeutung der Binomialkoeffizienten und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten • nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>) <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • nutzen grafikfähige Taschenrechner und Tabellenkalkulationen [...] • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum <ul style="list-style-type: none"> ... Generieren von Zufallszahlen ... Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen ... Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen 	<p>Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet.</p> <p>Durch Vergleich mit dem „Ziehen ohne Zurücklegen“ wird geklärt, dass die Anwendung des Modells ‚Bernoullikette‘ eine bestimmte Realsituation voraussetzt, d. h. dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen.</p> <p>Zur formalen Herleitung der Binomialverteilung bieten sich das Galtonbrett bzw. seine Simulation und die Betrachtung von Multiple-Choice-Tests an.</p> <p>Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p erfolgt dabei durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung des GTR.</p> <p>Während sich die Berechnung des Erwartungswertes erschließt, kann die Formel für die Standardabweichung für ein zweistufiges Bernoulliexperiment plausibel gemacht werden. Auf eine allgemeingültige Herleitung wird verzichtet.</p> <p>Durch Erkunden wird festgestellt, dass unabhängig von n und p ca. 68% der Ergebnisse in der 1σ-Umgebung des Erwartungswertes liegen.</p>

Thema: *Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen (Q-LK-S3)*

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung
- bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von (binomialverteilten) Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen
- nutzen die σ -Regeln für prognostische Aussagen
- nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen

Prozessbezogene Kompetenzen:

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- analysieren und strukturieren die Problemsituation (*Erkunden*)
- wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen (*Erkunden*)
- erkennen Muster und Beziehungen (*Erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Verallgemeinern) (*Lösen*)
- interpretieren Ergebnisse auf dem Hintergrund der Fragestellung (*Reflektieren*)

Werkzeuge nutzen

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

In verschiedenen Sachkontexten wird zunächst die Möglichkeit einer Modellierung der Realsituation mithilfe der Binomialverteilung überprüft. Die Grenzen des Modellierungsprozesses werden aufgezeigt und begründet. In diesem Zusammenhang werden geklärt:

- die Beschreibung des Sachkontextes durch ein Zufallsexperiment
- die Interpretation des Zufallsexperiments als Bernoullikette
- die Definition der zu betrachtenden Zufallsgröße
- die Unabhängigkeit der Ergebnisse
- die Benennung von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p

Dies erfolgt in unterschiedlichsten Realkontexten, deren Bearbeitung auf vielfältigen Zeitungsartikeln basieren kann. Auch Beispiele der Modellumkehrung werden betrachtet („Von der Verteilung zur Realsituation“).

Prüfverfahren mit vorgegebenen Entscheidungsregeln bieten einen besonderen Anlass, um von einer (ein- oder mehrstufigen) Stichprobenentnahme aus einer Lieferung auf nicht bekannte Parameter in der Grundgesamtheit zu schließen.

Hinweis: Eine Stichprobenentnahme kann auch auf dem GTR simuliert werden.

Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen grafikfähige Taschenrechner und Tabellenkalkulationen [...]
- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
 - ... Variieren der Parameter von Binomialverteilungen
 - ... Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen
 - ... Berechnen der Kennzahlen von Binomialverteilungen (Erwartungswert, Standardabweichung)
 - ... Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen

Thema: *Signifikant und relevant? – Testen von Hypothesen (Q-LK-S4)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • interpretieren Hypothesentests bezogen auf den Sachkontext und das Erkenntnisinteresse • beschreiben und beurteilen Fehler 1. und 2. Art <p>Prozessbezogene Kompetenzen:</p> <p>Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>) <p>Kommunizieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen (<i>Rezipieren</i>) • formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (<i>Produzieren</i>) • führen Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener 	<p>Zentral ist das Verständnis der Idee des Hypothesentests, d. h. mit Hilfe eines mathematischen Instrumentariums einzuschätzen, ob Beobachtungen auf den Zufall zurückzuführen sind oder nicht. Ziel ist es, die Wahrscheinlichkeit von Fehlentscheidungen möglichst klein zu halten. Die Logik des Tests soll dabei an datengestützten, gesellschaftlich relevanten Fragestellungen, z. B. Häufungen von Krankheitsfällen in bestimmten Regionen oder alltäglichen empirischen Phänomenen (z. B. Umfrageergebnisse aus dem Lokalteil der Zeitung) entwickelt werden.</p> <p>Im Rahmen eines realitätsnahen Kontextes werden folgende Fragen diskutiert:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Welche Hypothesen werden aufgestellt? Wer formuliert diese mit welcher Interessenlage? - Welche Fehlentscheidungen treten beim Testen auf? Welche Konsequenzen haben sie? <p>Durch Untersuchung und Variation gegebener Entscheidungsregeln werden die Bedeutung des Signifikanzniveaus und der Wahrscheinlichkeit des Auftretens von Fehlentscheidungen 1. und 2. Art zur Beurteilung des Testverfahrens erarbeitet.</p>

Diskussionen herbei (<i>Diskutieren</i>)	
--	--

Thema: Ist die Glocke normal? (Q-LK-S5)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • unterscheiden diskrete und stetige Zufallsgrößen und deuten die Verteilungsfunktion als Integralfunktion • untersuchen stochastische Situationen, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen führen • beschreiben den Einfluss der Parameter μ und σ auf die Normalverteilung und die graphische Darstellung ihrer Dichtefunktion (Gauß'sche Glockenkurve) <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen und strukturieren [...] komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>) • übersetzen [...] komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>) • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (<i>Validieren</i>) <p>Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erkennen Muster und Beziehungen (<i>Erkunden</i>) • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>Lösen</i>) 	<p>Normalverteilungen sind in der Stochastik bedeutsam, weil sich die Summenverteilung von genügend vielen unabhängigen Zufallsvariablen häufig durch eine Normalverteilung approximieren lässt.</p> <p>Mit einer Tabellenkalkulation werden die Augensummen von zwei, drei, vier, ... Würfeln simuliert, wobei in der grafischen Darstellung die Glockenform zunehmend deutlicher wird. Gut geeignet ist auch die Simulation von Stichprobenmittelwerten aus einer (gleichverteilten) Grundgesamtheit.</p> <p>Ergebnisse von Schulleistungstests oder Intelligenztests werden erst vergleichbar, wenn man sie hinsichtlich Mittelwert und Streuung normiert, was ein Anlass dafür ist, mit den Parametern μ und σ zu experimentieren. Auch Untersuchungen zu Mess- und Schätzfehlern bieten einen anschaulichen, ggf. handlungsorientierten Zugang.</p> <p>Da auf dem GTR die Normalverteilung einprogrammiert ist, spielt die Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung (Satz von de Moivre-Laplace) für die Anwendungsbeispiele im Unterricht eine untergeordnete Rolle. Dennoch sollte bei genügender Zeit deren Herleitung als Vertiefung der Integralrechnung im Leistungskurs thematisiert werden, da der Übergang von der diskreten zur stetigen Verteilung in Analogie zur Approximation von Flächen durch Produktsummen nachvollzogen werden kann. Die Visualisierung erfolgt mithilfe des GTR.</p> <p>Theoretisch ist von Interesse, dass es sich bei der Gauß'schen Glockenkurve um den Graphen einer Randfunktion handelt, zu deren Stammfunktion (Gauß'sche Integralfunktion) kein Term angegeben werden kann.</p>

- wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen (*Lösen*)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
 - ... Generieren von Zufallszahlen
 - ... Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen
 - ... Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen
 - ... Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei normalverteilten Zufallsgrößen
- nutzen digitale Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen
- entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge, wählen sie gezielt aus und nutzen sie zum Erkunden ..., Berechnen und Darstellen
- reflektieren und begründen die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge

Thema: Von Übergängen und Prozessen (Q-LK-S6)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen • verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände) <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren) <p>Argumentieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (<i>Vermuten</i>) • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (<i>Begründen</i>) • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (<i>Begründen</i>) 	<p><i>Die Behandlung stochastischer Prozesse sollte genutzt werden, um zentrale Begriffe aus Stochastik (Wahrscheinlichkeit, relative Häufigkeit) und Analysis (Grenzwert) mit Begriffen und Methoden der Linearen Algebra (Vektor, Matrix, lineare Gleichungssysteme) zu vernetzen. Schülerinnen und Schüler modellieren dabei in der Realität komplexe Prozesse, deren langfristige zeitliche Entwicklung untersucht und als Grundlage für Entscheidungen und Maßnahmen genutzt werden kann.</i></p> <p>Der Auftrag an Schülerinnen und Schüler, einen stochastischen Prozess graphisch darzustellen, führt in der Regel zur Erstellung eines Baumdiagramms, dessen erste Stufe den Ausgangszustand beschreibt, und eines Prozessdiagramms. Im Zusammenhang mit der Interpretation der Pfadregeln als Gleichungssystem können sie daraus die Matrix-Vektor-Darstellung des Prozesses entwickeln.</p> <p>Untersuchungen in unterschiedlichen realen Kontexten führen zur Entwicklung von Begriffen zur Beschreibung von Eigenschaften stochastischer Prozesse (Potenzen der Übergangsmatrix, Grenzmatrix, stabile Verteilung, absorbierender Zustand). Hier bietet sich eine Vernetzung mit der Linearen Algebra hinsichtlich der Betrachtung linearer Gleichungssysteme und ihrer Lösungsmengen an.</p> <p>Eine Vertiefungsmöglichkeit sollten Ausgangszustände über ein entsprechendes Gleichungssystem berechnet werden; hierbei stellt GTR ein geeignetes Hilfsmittel dar. Die Existenz und Berechnung inverser Matrizen sind dabei Bestandteil.</p>

- | | |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none">• überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (<i>Beurteilen</i>) | |
|---|--|

2.2. Grundsätze fachmethodischer und fachdidaktischer Arbeit

Die Fachkonferenz Mathematik hat sich unter Berücksichtigung des Schulprogramms auf folgende Grundsätze fachmethodischer und fachdidaktischer Arbeit geeinigt:

- 1) Geeignete Problemstellungen zeichnen die Ziele des Unterrichts vor.
- 2) Medien und Arbeitsmittel sind schülernah gewählt.
- 3) Der Unterricht fördert eine aktive Teilnahme der Schüler/innen.
- 4) Der Unterricht fördert die Zusammenarbeit zwischen den Schülern/innen und bietet ihnen Möglichkeiten zu eigenen Lösungen.
- 5) Der Unterricht berücksichtigt die individuellen Lernwege der einzelnen Schüler/innen.
- 6) Die Schüler/innen erhalten Gelegenheit zu selbstständiger Arbeit und werden dabei unterstützt.
- 7) Der Unterricht fördert strukturierte und funktionale Partner- bzw. Gruppenarbeit.
- 8) Der Unterricht fördert strukturierte und funktionale Arbeit im Plenum.
- 9) Wertschätzende Rückmeldungen prägen die Bewertungskultur und den Umgang mit Schülerinnen und Schülern.
- 10) Im Unterricht werden fehlerhafte Schülerbeiträge produktiv im Sinne einer Förderung des Lernfortschritts der gesamten Lerngruppe aufgenommen.
- 11) Der Unterricht ermutigt die Lernenden dazu, auch fachlich unvollständige Gedanken zu äußern und zur Diskussion zu stellen.
- 12) Die Bereitschaft zu problemlösenden Arbeiten wird durch Ermutigungen und Tipps gefördert und unterstützt.
- 13) Die Einstiege in neue Themen erfolgen, wenn möglich, mithilfe sinnstiftender Kontexte, die an das Vorwissen der Lernenden anknüpfen und deren Bearbeitung sie in die dahinter stehende Mathematik führt.
- 14) Es wird genügend Zeit eingeplant, in der sich die Lernenden neues Wissen aktiv konstruieren und in der sie angemessene Grundvorstellungen zu neuen Begriffen entwickeln können.
- 15) Durch regelmäßiges wiederholendes Üben werden grundlegende Fertigkeiten „wachgehalten“.
- 16) Im Unterricht werden an geeigneter Stelle differenzierende Aufgaben eingesetzt.
- 17) Die Lernenden werden zu regelmäßiger, sorgfältiger und vollständiger Dokumentation der von ihnen bearbeiteten Aufgaben angehalten.
- 18) Im Unterricht wird auf einen angemessenen Umgang mit fachsprachlichen Elementen geachtet.
- 19) Digitale Medien werden dort eingesetzt, wo sie dem Lernfortschritt dienen.

2.3. Grundsätze der Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung

Auf der Grundlage von § 48 SchulG, § 13 APO-GOST sowie Kapitel 3 des Kernlehrplans Mathematik hat die Fachkonferenz im Einklang mit dem entsprechenden schulbezogenen Konzept die nachfolgenden Grundsätze zur Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung beschlossen. Die nachfolgenden Absprachen stellen die Minimalanforderungen an das lerngruppenübergreifende gemeinsame Handeln der Fachgruppenmitglieder dar. Bezogen auf die einzelne Lerngruppe kommen ergänzend weitere der in den Folgeabschnitten genannten Instrumente der Leistungsüberprüfung zum Einsatz.

Verbindliche Absprachen:

- Klausuren können nach entsprechender Wiederholung im Unterricht auch Aufgabenteile enthalten, die Kompetenzen aus weiter zurückliegenden Unterrichtsvorhaben oder übergreifende prozessbezogene Kompetenzen erfordern.
- Mindestens eine Klausur je Schuljahr in der E-Phase sowie in Grund- und Leistungskursen der Q-Phase enthält einen „hilfsmittelfreien“ Teil.
- Alle Klausuren in der Q-Phase enthalten auch Aufgaben mit Anforderungen im Sinne des Anforderungsbereiches III (vgl. Kernlehrplan Kapitel 4).
- Für die Aufgabenstellung der Klausuraufgaben werden die Operatoren der Aufgaben des Zentralabiturs verwendet. Diese sind mit den Schülerinnen und Schülern zu besprechen.
- Schülerinnen und Schülern wird in allen Kursen Gelegenheit gegeben, mathematische Sachverhalte zusammenhängend (z. B. eine Hausaufgabe, einen fachlichen Zusammenhang, einen Überblick über Aspekte eines Inhaltsfeldes ...) selbstständig vorzutragen.

Verbindliche Instrumente:

Überprüfung der schriftlichen Leistung

- **Einführungsphase:** Zwei Klausuren je Halbjahr, davon eine (in der Regel die vierte Klausur in der Einführungsphase) als landeseinheitlich zentral gestellte Klausur. Dauer der Klausuren: 2 Unterrichtsstunden. (Vgl. APO-GOST B § 14 (1) und VV 14.1.)
- **Grundkurse Q-Phase Q 1.1 – Q 2.1:** Zwei Klausuren je Halbjahr. Dauer der Klausuren: 3 Unterrichtsstunden (die Fachkonferenz hat beschlossen, hier die obere Grenze der Bandbreite für Q1 und Q2 zu nutzen). (Vgl. APO-GOST B § 14 (2) und VV 14.12)
- **Grundkurse Q-Phase Q 2.2:** Eine Klausur unter Abiturbedingungen für Schülerinnen und Schüler, die Mathematik als 3. Abiturfach gewählt haben. Dauer der Klausur: 3 Zeitstunden. (Vgl. APO-GOST B § 14 (2) und VV 14.2.)
- **Leistungskurse Q-Phase Q 1.1 – Q 2.1:** Zwei Klausuren je Halbjahr. Dauer der Klausuren: 4 Unterrichtsstunden (die Fachkonferenz hat beschlossen, in allen Klausuren dieser Kurshalbjahre einheitlich zu verfahren). (Vgl. APO-GOST B § 14 (2) und VV 14.2.)
- **Leistungskurse Q-Phase Q 2.2:** Eine Klausur unter Abiturbedingungen (die Fachkonferenz hat beschlossen, die letzte Klausur vor den Abiturklausuren unter Abiturbedingungen bzgl. Dauer und inhaltlicher Gestaltung zu stellen). Dauer der Klausur: 4,25 Zeitstunden. (Vgl. APO-GOST B § 14 (2) und VV 14.2.)

- **Facharbeit:** Gemäß Beschluss der Lehrerkonferenz wird die dritte Klausur Q1 für diejenigen Schülerinnen und Schüler, die eine Facharbeit im Fach Mathematik schreiben, durch diese ersetzt. (Vgl. APO-GOST B § 14 (3) und VV 14.3.)

Überprüfung der sonstigen Leistung

In die Bewertung der sonstigen Mitarbeit können folgende Aspekte einfließen, die den Schülerinnen und Schülern bekanntgegeben werden müssen:

- Beteiligung am Unterrichtsgespräch (Quantität und Kontinuität)
- Qualität der Beiträge (inhaltlich und methodisch)
- Eingehen auf Beiträge und Argumentationen von Mitschülerinnen und -schülern, Unterstützung von Mitlernenden
- Umgang mit neuen Problemen, Beteiligung bei der Suche nach neuen Lösungswegen
- Selbstständigkeit im Umgang mit der Arbeit
- Umgang mit Arbeitsaufträgen (Hausaufgaben, Unterrichtsaufgaben...)
- Anstrengungsbereitschaft und Konzentration auf die Arbeit
- Beteiligung während kooperativer Arbeitsphasen
- Darstellungsleistung bei Referaten oder Plakaten und beim Vortrag von Lösungswegen
- Ergebnisse schriftlicher Übungen
- Anfertigen zusätzlicher Arbeiten, z. B. eigenständige Ausarbeitungen im Rahmen binnendifferenzierender Maßnahmen, Erstellung von Computerprogrammen

Übergeordnete Kriterien:

Die Leistungsbeurteilung im Fach Mathematik erfolgt auf der Grundlage der gültigen Richtlinien/Lehrpläne/Bildungsstandards. Zu Beginn eines Schuljahres oder bei Lehrerwechsel zu Beginn eines Halbjahres bespricht die Lehrerin/der Lehrer die Leistungserwartungen mit den Schülerinnen und Schülern.

Bei der Bewertung von Leistungen werden folgende Notenstufen zu Grunde gelegt⁴:

- sehr gut (1) (13 – 15 Punkte)
Die Leistung entspricht den Anforderungen in besonderem Maße.
- gut (2)(10 - 12 Punkte)
Die Leistung entspricht den Anforderungen voll.
- befriedigend (3) (7 - 9 Punkte)
Die Leistung entspricht den Anforderungen im Allgemeinen.
- ausreichend (4) (4 – 6 Punkte)
Die Leistung weist Mängel auf, entspricht aber noch insgesamt den Anforderungen.
- mangelhaft (5) (1 – 3 Punkte)
Die Leistung entspricht den allgemeinen Anforderungen nicht, Grundkenntnisse sind aber vorhanden und die Mängel können aber in absehbarer Zeit behoben werden.

⁴ Vgl.: Schulgesetz für das Land Nordrhein Westfalen.

- ungenügend (6) (0 Punkte)
Die Leistung entspricht den Anforderungen nicht, Grundkenntnisse sind so lückenhaft, dass sie in absehbarer Zeit nicht behoben werden können.

Konkretisierte Kriterien:

Kriterien für die Überprüfung der schriftlichen Leistung

Die Bewertung der schriftlichen Leistungen in Klausuren erfolgt über ein Raster mit Hilfspunkten, die im Erwartungshorizont den einzelnen Kriterien zugeordnet sind. Dabei sind in der Qualifikationsphase alle Anforderungsbereiche zu berücksichtigen, wobei der Anforderungsbereich II den Schwerpunkt bildet.

Die Zuordnung der Hilfspunktsumme zu den Notenstufen orientiert sich in der Einführungsphase an der zentralen Klausur und in der Qualifikationsphase am Zuordnungsschema des Zentralabiturs. Die Note „noch ausreichend“ soll bei Erreichen von ca. 40% der Hilfspunkte erteilt werden. Von den genannten Zuordnungsschemata kann im Einzelfall begründet abgewichen werden, wenn sich z. B. besonders originelle Teillösungen nicht durch Hilfspunkte gemäß den Kriterien des Erwartungshorizontes abbilden lassen oder eine Abwertung wegen besonders schwacher Darstellung (APO-GOST §13 (2)) angemessen erscheint.

Kriterien für die Überprüfung der sonstigen Leistungen

Im Fach Mathematik ist in besonderem Maße darauf zu achten, dass die Schülerinnen und Schüler zu konstruktiven Beiträgen angeregt werden. Daher erfolgt die Bewertung der sonstigen Mitarbeit nicht defizitorientiert oder ausschließlich auf fachlich richtige Beiträge ausgerichtet. Vielmehr bezieht sie Fragehaltungen, begründete Vermutungen, sichtbare Bemühungen um Verständnis und Ansatzfragmente mit in die Bewertung ein.

Im Folgenden werden mögliche Kriterien für die Bewertung der sonstigen Leistungen jeweils für eine gute bzw. eine ausreichende Leistung dargestellt. Dabei ist bei der Bildung der Quartals- und Abschlussnote jeweils die Gesamtentwicklung der Schülerin bzw. des Schülers zu berücksichtigen, eine arithmetische Bildung aus punktuell erteilten Einzelnoten erfolgt nicht:

Leistungsaspekt	Anforderungen für eine	
	gute Leistung	ausreichende Leistung
	<i>Die Schülerin, der Schüler</i>	
Qualität der Unterrichtsbeiträge	nennt richtige Lösungen und begründet sie nachvollziehbar im Zusammenhang der Aufgabenstellung	nennt teilweise richtige Lösungen, in der Regel jedoch ohne nachvollziehbare Begründungen
	geht selbstständig auf andere Lösungen ein, findet Argumente und Begründungen für ihre/seine eigenen Beiträge	geht selten auf andere Lösungen ein, nennt Argumente, kann sie aber nicht begründen
	kann ihre/seine Ergebnisse auf unterschiedliche Art und mit unterschiedlichen Medien darstellen	kann ihre/seine Ergebnisse nur auf eine Art darstellen

Kontinuität/Quantität	beteiligt sich regelmäßig am Unterrichtsgespräch	nimmt eher selten am Unterrichtsgespräch teil
Selbstständigkeit	bringt sich von sich aus in den Unterricht ein	beteiligt sich gelegentlich eigenständig am Unterricht
	ist selbstständig ausdauernd bei der Sache und erledigt Aufgaben gründlich und zuverlässig	benötigt oft eine Aufforderung, um mit der Arbeit zu beginnen; arbeitet Rückstände nur teilweise auf
	strukturiert und erarbeitet neue Lerninhalte weitgehend selbstständig, stellt selbstständig Nachfragen	erarbeitet neue Lerninhalte mit umfangreicher Hilfestellung, fragt diese aber nur selten nach
	erarbeitet bereitgestellte Materialien selbstständig	erarbeitet bereitgestellte Materialien eher lückenhaft
Hausaufgaben	erledigt sorgfältig und vollständig die Hausaufgaben	erledigt die Hausaufgaben weitgehend vollständig, aber teilweise oberflächlich
	trägt Hausaufgaben mit nachvollziehbaren Erläuterungen vor	nennt die Ergebnisse, erläutert erst auf Nachfragen und oft unvollständig
Kooperation	bringt sich ergebnisorientiert in die Gruppen-/Partnerarbeit ein	bringt sich nur wenig in die Gruppen-/Partnerarbeit ein
	arbeitet kooperativ und respektiert die Beiträge Anderer	unterstützt die Gruppenarbeit nur wenig, stört aber nicht
Gebrauch der Fachsprache	wendet Fachbegriffe sachangemessen an und kann ihre Bedeutung erklären	versteht Fachbegriffe nicht immer, kann sie teilweise nicht sachangemessen anwenden
Werkzeuggebrauch	setzt Werkzeuge im Unterricht sicher bei der Bearbeitung von Aufgaben und zur Visualisierung von Ergebnissen ein	benötigt häufig Hilfe beim Einsatz von Werkzeugen zur Bearbeitung von Aufgaben
Präsentation/Referat	präsentiert vollständig, strukturiert und gut nachvollziehbar	präsentiert an mehreren Stellen eher oberflächlich, die Präsentation weist Verständnislücken auf
Schriftliche Übung	ca. 75% der erreichbaren Punkte	ca. 50% der erreichbaren Punkte

Als Hilfestellung, wie Qualität und Quantität der Unterrichtsbeiträge begründet und gewichtet in diese Benotung eingehen können, kann die folgende Übersicht⁵ genutzt werden:

<i>Punkte</i>	Beschreibung der Leistung
15 bis 13	regelmäßige aktive Mitarbeit; produktiv, gesprächsfördernd und –lenkend; an Beiträge der MitschülerInnen sinnvoll anknüpfend; sachlich konzentriert in der Bearbeitung gestellter Aufgaben, störungsfreie Arbeit; eigenständige, den Unterricht tragende neue Gedanken, ggf. alternative Lösungswege; präsentierend und reflektierend, Fähigkeit zur Transferleistungen

⁵Zusammengestellt von Bernd Freyer, Hamm. Verändert (T. Fleger).

	<p>sprachlich präzise und nuanciert, durchgängig reflektierende und argumentative Beiträge; kann sich mühelos an jedem Gespräch beteiligen; fachsprachlich korrekte Diktion; verfügt über ein gutes Repertoire an idiomatischen Redemitteln</p>
12 bis 10	<p>regelmäßige Mitarbeit; mehr eigenständige als reproduzierende Beiträge; sachlich konzentriert in der Bearbeitung gestellter Aufgaben, störungsfreie Arbeit; Impulse aufnehmend und gezielt verwertend; gelegentlich Fähigkeit zur Transferleistungen; manchmal Beiträge der MitschülerInnen aufgreifend; teilweise selbständiges Urteilen; unterscheidet zwischen Wesentlichem und Unwesentlichem</p> <p>sprachlich präzise auch argumentativ formulierte Beiträge; flüssige und spontane Äußerungen, ohne offensichtliche Suche nach Wörtern; sachgerechte Formulierung von Ideen und Inhalten (treffender Sachwortschatz)</p>
9 bis 7	<p>häufigere, aber keine durchgängige Mitarbeit; meist rezeptiv, gelegentlich produktiv; auf Lenkung angewiesen, diese aber aufnehmend, selten Fähigkeit zur Transferleistungen; auf Fragen Antworten gebend, die Einsicht in Zusammenhänge erkennen lassen;</p> <p>in mehreren Sätzen und in Zusammenhängen geläufig bis flüssig formulierte Beiträge; gelegentliche Suche nach treffenden Worten im Sachgebiet</p>
6 bis 4	<p>punktueller freiwillige Mitarbeit mit geringem inhaltlichen Ertrag; weitgehend reproduktive Beiträge (Sachinformation, Unterrichtsergebnisse, Hausaufgaben); eher passive Aufmerksamkeit: bei Nachfrage nachvollziehendes Mitdenken erkennbar;</p> <p>in der sprachlichen Form wenig entfaltet; verfügt über einen geringen aktiven Fachwortschatz, kann aber rezeptiv dem Unterrichtsgespräch/Diskussionen folgen</p>
3 bis 1	<p>auf Nachfrage allenfalls akustische Aufnahme des Unterrichtsgesprächs erkennbar; selten einzelne Äußerungen, aber ohne Ertrag; schweigendes Mitdenken? fehlende Konzentration auf das Unterrichtsgeschehen;</p> <p>sprachlich unzureichend, Ein-Satz-Antworten ohne weitere Entfaltung; Schwierigkeiten, den Themenwortschatz sachgerecht anzuwenden und nachzuvollziehen und somit einer Diskussion zu folgen</p>
0	<p>teilnahmslos, schweigend; auf Nachfrage kein verwertbarer Beitrag</p>

Grundsätze der Leistungsrückmeldung und Beratung:

Zum Ende jeden Quartals erhalten die Schülerinnen und Schüler eine Information in vorher vereinbarter Form über den individuellen Leistungsstand. Gegebenenfalls ist eine Kontaktaufnahme mit den Eltern erforderlich.

Grundsätzlich besteht die Möglichkeit zur Lernberatung an den Eltern- und Schülersprechtagen, sowie in den Sprechstunden der Fachlehrerinnen und Fachlehrern.

Bei nicht ausreichenden Leistungen bietet die Lehrkraft dem Schüler bzw. der Schülerin (sowie den Erziehungsberechtigten) spezielle Beratungstermine an. Zentrale Inhalte der Beratungsgespräche werden dokumentiert. Zudem werden die Lernhinweise und die Unterstützungsangebote der Lehrkraft schriftlich festgehalten.

2.4. Lehr- und Lernmittel

Die Fachkonferenz Mathematik hat sich auf das Lehrwerk *Lambacher Schweizer*⁶ für die gymnasiale Oberstufe geeinigt. Die Bücher der Grundkurse (Einführungsphase und Qualifikationsphase) werden von der Schule zur Verfügung gestellt. Die Schulbücher werden am Anfang der Einführungsphase, bzw. am Anfang der Qualifikationsphase an die Schülerinnen und Schüler ausgegeben. Die Bücher der Einführungsphase werden am Ende des Schuljahres, die Grundkursbücher der Qualifikationsphase nach abgelegter Abiturprüfung zurückgegeben. Die Lernenden haben auf einen sorgsamen Umgang mit den Büchern zu achten. Laut Schulkonferenzbeschluss werden die Lehrwerke der Leistungskurse durch die Schülerinnen und Schüler selbst angeschafft.

In Klausuren und der Abiturprüfung haben die Prüflinge gegebenenfalls die Möglichkeit eine Formelsammlung zu nutzen. Die Schule stellt dafür die Formelsammlung des Duden Verlags zur Verfügung.

In der gymnasialen Oberstufe ist nach Erlass⁷ des Ministeriums für Schule und Weiterbildung die Einführung graphikfähiger Taschenrechner verbindlich. Die Fachkonferenz Mathematik des Gymnasium Paulinum empfiehlt die Nutzung des TI-Nspire CX (ohne CAS). Dieser Taschenrechner wird am Anfang der Einführungsphase für interessierte Schülerinnen und Schüler von der Schule zentral bestellt. Der Umgang mit diesem Taschenrechner wird im Unterricht trainiert. In besonderen Fällen kann bei der Anschaffung der graphikfähigen Taschenrechner eine Unterstützung durch schuleigene Förderprogramme oder auch den Förderverein erfolgen. Sollten sich Schülerinnen und Schüler für einen anderen als den empfohlenen Taschenrechner entscheiden, so ist dies natürlich möglich, so lange er über kein Computeralgebrasystem (CAS) verfügt. Die Besprechung der Handhabung dieser anderen Taschenrechner ist im Unterricht aber nicht vorgesehen.

⁶*Lambacher Schweizer – Ausgabe Nordrhein-Westfalen*, 1. Auflage, Ernst Klett Verlag, Stuttgart 2014.

⁷RdErl. des Ministeriums für Schule und Weiterbildung v. 27.6.2012 (523-6.08.01-105571).

3. Entscheidungen zu fach- und unterrichtsübergreifenden Fragen

Zusammenarbeit mit anderen Fächern

Das Schulprogramm des Gymnasium Paulinum formuliert als Entwicklungsziel eine engere Zusammenarbeit zwischen den naturwissenschaftlichen Fächern und auch der Mathematik. Insbesondere mit der Fachschaft Physik sind Absprachen erforderlich (z.B. im Bereich Integralrechnung), um eine quantitative Auswertung von Experimenten zu ermöglichen.

Vertiefungskurse zur individuellen Förderung

In der Einführungsphase werden Vertiefungskurse im Fach Mathematik angeboten. Der Vertiefungskurs richtet sich an schwächere Schülerinnen und Schüler, mit dem Ziel ihre Kompetenzen individuell zu festigen und weiterzuentwickeln.

4. Qualitätssicherung und Evaluation

Das schulinterne Curriculum (siehe 2.1) ist zunächst bis 2017 für den ersten Durchgang durch die gymnasiale Oberstufe nach Erlass des Kernlehrplanes verbindlich. Jeweils vor Beginn eines neuen Schuljahres, d.h. erstmalig gegen Ende der Einführungsphase im Frühling/Sommer 2015 werden in einer Sitzung der Fachkonferenz für die nachfolgenden Jahrgänge zwingend erforderlich erscheinende Veränderungen diskutiert und ggf. beschlossen, um erkannten ungünstigen Entscheidungen schnellstmöglich entgegenwirken zu können.

Nach Abschluss des Abiturs 2017 wird eine Arbeitsgruppe aus den zu diesem Zeitpunkt in der gymnasialen Oberstufe unterrichtenden Lehrkräften auf der Grundlage ihrer Unterrichtserfahrungen eine Gesamtsicht des schulinternen Curriculums vornehmen und eine Beschlussvorlage für die erste Fachkonferenz des folgenden Schuljahres erstellen.